<u>BONUS :</u>
LES BASES DE LA DÉMONSTRATION

<u>I) Exemple et contre-exemple:</u>

Un exemple **ne** suffit **pas** à prouver qu'une proposition est vraie ;
cependant **un** contre-exemple **suffit** à prouver qu'une proposition est fausse.
<u>Exemple :</u> Considérons la proposition suivante :

« Les nombres pairs finissent par 2 »

22 est un nombre pair et finit par un 2.
or 24 est aussi un nombre pair et ne finit pas par 2.
On a ici un cas ou un exemple vérifie la proposition mais celle-ci n'est pas vraie.

24 est un contre-exemple permettant de conclure que la proposition n'est pas vraie.

<u>II) Propriété :</u>

On admet qu'une propriété mathématique est une phrase **logique** et **vraie**, formée d'une **condition** et d'une **conséquence**.
On écrit souvent une propriété sous la forme :

« **Si** ... (condition)..., **alors** ... (conséquence) ... **.** »

<u>Exemple :</u>
Si les diagonales d'un quadrilatère se coupent en leur milieu, **alors** c'est un parallélogramme.

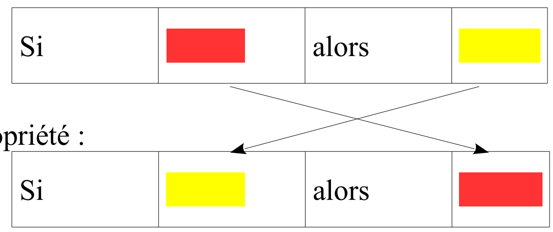
Condition Conséquence

<u>III) Réciproque d'une propriété :</u>

Etant donnée une propriété, on obtient sa réciproque en permutant ce que disent la **condition** et la **conséquence**.

Propriété :

Réciproque de la propriété :



<u>Exemple :</u>
<u>**Propriété**</u> **:** Dans un quadrilatère, si les diagonales se coupent en leur milieu, alors c'est un parallélogramme.
<u>**Réciproque**</u> **:** Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses diagonales se coupent en leur milieu.

<u>IV) Véracité de la réciproque :</u>

La réciproque d'une propriété n'est pas toujours vraie.
Lorsqu'elle l'est, la réciproque d'une propriété est elle-même une propriété.
<u>Exemple :</u>
<u>**Propriété**</u> **:** Soit a un nombre.

Si a = 2, alors a est pair.

<u>**Réciproque**</u> **:** Soit a un nombre.

Si a est pair, alors a = 2

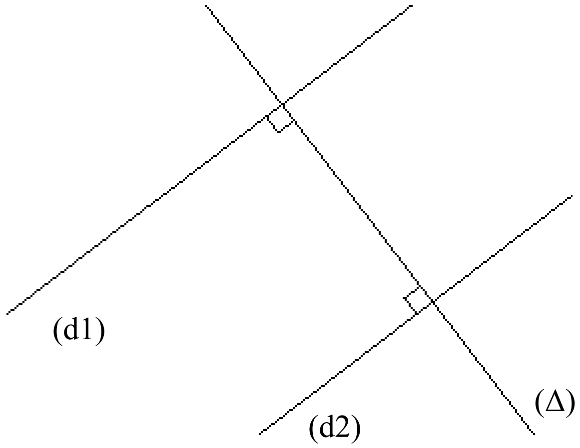
La réciproque de la propriété n'est pas vraie !

V) Chaînons déductifs:

Une démonstration en géométrie est **une succession de chaînons** déductifs qui partent des données et arrivent à la conclusion.
Un chaînon déductif est un enchaînement de phrases qui peut se présenter sous la forme :

Chaînon
- **On sait que ...** ← donnée ou conclusion précédente
- Or **Si ... alors ...** ← **propriété**
- **Donc ...** ← conclusion du chaînon

Exemple :
Soit (d1), (d2), (Δ) trois droites telles que (d1) soit perpendiculaire à (Δ)
(d2) soit perpendiculaire à (Δ).
Montrer que (d1) et (d2) sont parallèles.



On sait que (d1) est perpendiculaire à (Δ)
et que (d2) est perpendiculaire à (Δ).

Or si deux droites sont perpendiculaires à une même droite **alors** elles sont parallèles entre elles.

Donc (d1) et (d2) sont parallèles.

VI) Le raisonnement par l'absurde:

Un raisonnement par l'absurde se déroule en **trois étapes** principales :
· **on suppose** que **le contraire** de la réponse attendue est vrai et on en déduit une conséquence (**C1**);
· des données de l'énoncé, on en déduit une autre conséquence (**C2**);
· les deux conséquences obtenues (**C1** et **C2**) **sont contradictoires**. Cette contradiction permet de conclure que la supposition est fausse.

Exemple :
Proposition : Il n'existe pas de plus petit nombre.

Montrons par l'absurde que la proposition est vraie.
Pour cela on suppose que le contraire de la réponse attendue est vrai.
Supposons alors qu'il existe un plus petit nombre que l'on va noter x.
x-1 est un nombre plus petit que x, ce qui contredit le fait que x est le plus petit nombre.
Conclusion : Par l'absurde, il n'existe pas de plus petit nombre.