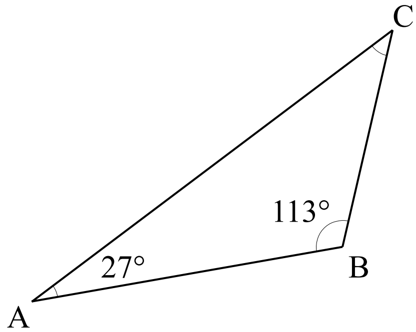
Chapitre 04 :
CALCUL LITTÉRAL : IDENTITÉ REMARQUABLE ET ÉQUATIONS PRODUIT NUL

I) Suppression de parenthèses :

1) Activité :

Calculer la mesure de l'angle $\widehat{C}$ en proposant deux suites d'opérations différentes mais donnant le même résultat.



1) Propriété : Parenthèses précédées d'un signe + :

Quand une paire de parenthèses est précédée par un signe "+" (et n'est pas suivie par un ×, un ÷ ou une puissance), il est possible de la supprimer en ……………………………………………………………… .

Exercice :

Développer l'expression : A = 3 + (5 – 4) :

A =

2) Propriété : Parenthèses précédées d'un signe – :

Quand une paire de parenthèses est précédée par un signe "–" (et n'est pas suivie par un ×, un ÷ ou une puissance), il est possible de la supprimer en ……………………………………………………………... .

Exercice :

Développer l'expression : B = 3 + (5 – 4) :

B =

II) Distributivité simple : Le produit : $k \times (a+b)$

1) Activité :

Calculer sans poser :			Règle utilisée :
$17 \times 1\,001 =$	$14 \times 10\,001 =$	$2\,001 \times 7 =$	
$5 \times 99 =$	$6 \times 999 =$	$25 \times 996 =$	
$35 \times 7 + 35 \times 3 =$	$9 \times 16{,}5 - 9 \times 3{,}5 =$	$18 \times 4{,}4 + 18 \times 95{,}6 =$	

Remarque : Pour effectuer les calculs ci-dessus de tête, il est possible de recourir au calcul astucieux faisant intervenir des développements/factorisations.

2) Propriété : Distributivité simple : $k \times (a+b)$

Quels que soient les nombres relatifs a, b et k, on a l'égalité :

$$\underbrace{k \times (a+b)}_{\textit{Produit}} = \underbrace{\ldots\times\ldots + \ldots\times\ldots}_{\textit{Somme algébrique}}$$

Remarque :

Quand on transforme un produit en somme algébrique, on dit que l'on développe le produit

$$k \times (a+b) = \ldots\times\ldots + \ldots\times\ldots$$

Remarque :

Quand on transforme une somme algébrique en produit, on dit que l'on factorise la somme algébrique

$$\ldots\times\ldots + \ldots\times\ldots = k \times (a+b)$$

Exercice :

Développer l'expression : $C = -2(y+7)$

C =

Exemple :

Factoriser l'expression : $D = -2y - 14$

D =

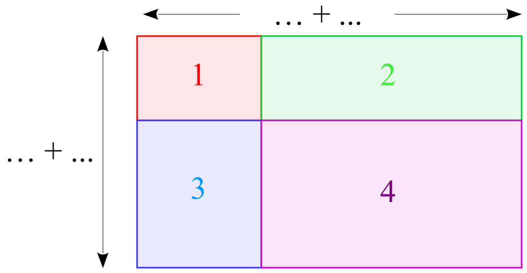
III) Double distributivité : $(a+b)\times(c+d)$

1) Activité :

Rappel : *Aire d'un rectangle = Longueur × largeur* = L × l

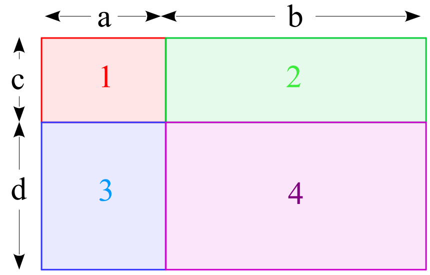
L'aire du rectangle ABCD peut être calculé de deux manières :

1.



Aire du rectangle
= Longueur × largeur
= L × l
= (… + …) × (… + …)

2.



Aire du rectangle
= Aire 1 + Aire 2 + Aire 3 + Aire 4
= $L_1 \times l_1 + L_2 \times l_2 + L_3 \times l_3 + L_4 \times l_4$
= … × … + … × … + … × … + … × …
= … + … + … + …

Remarque :

On en déduit que pour tous nombres a, b, c et d positifs, on a :

$$(a+b)\times(c+d) = a\times c + a\times d + b\times c + b\times d$$

On admet que cette propriété reste vraie pour tous nombres relatifs a, b, c et d

2) Propriété : Double distributivité : $(a+b)\times(c+d)$

Quels que soient les nombres relatifs a, b, c et d, on a l'égalité :

$$(a+b)\times(c+d) = \ldots\times\ldots + \ldots\times\ldots + \ldots\times\ldots + \ldots\times\ldots$$

Exercice :

Développer l'expression : D $= (3x+2)(5y-7)$

E =

IV) Identités remarquables : $(a+b)^2$; $(a-b)^2$; $(a+b)(a-b)$

1) Propriété : Première identité remarquable : $(a+b)^2$

Quels que soient les nombres relatifs a et b, on a l'égalité :

$$(a+b)^2 = \dots + \dots + \dots$$

Exemple :

Développer l'expression : $F = (3x+5)^2$

Etape 1	F = $(3x+5)^2$	On reconnaît la forme $(a+b)^2$
Etape 2	F =	On utilise l'identité remarquable : $(a+b)^2 = \dots + \dots + \dots$ avec a = ... et b = ...
Etape 3	F =	On réduit.

Démonstration par les aires lorsque *a* et *b* sont deux nombres positifs :

ABCD un carré composé :

- d'un carré AEFG de côté a → aire AEFG =
- d'un carré FHCI de côté b → aire FHCI =
- d'un rectangle EBHF → aire EBHF =
- d'un rectangle GFID → aire GFID =

Démonstration par le calcul :

$(a+b)^2 = (a+b)(a+b)$	Le carré d'un nombre est le nombre multiplié par lui-même.
=	On a développé en utilisant $(a+b)(c+d)$
=	La multiplication est commutative donc $ab = ba$
=	On réduit.
=	

2) Propriété : Seconde identité remarquable : $(a - b)^2$

Quels que soient les nombres relatifs a et b, on a l'égalité :

$$(a - b)^2 = \dots. - \dots. + \dots.$$

Exemple :

Développer l'expression : $G = (3x-5)^2$

Etape 1	G = $(3x - 5)^2$	On reconnaît la forme $(a + b)^2$
Etape 2	G =	On utilise l'identité remarquable : $(a - b)^2 = \dots. - \dots. + \dots.$ avec a = ... et b = ...
Etape 3	G =	On réduit.

Démonstration par le calcul :

On développe $(a - b)^2$

$(a - b)^2 =$	Le carré d'un nombre est le nombre multiplié par lui-même.
$=$	On a développé en utilisant $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$
$=$	La multiplication est commutative donc $-ab = -ba$
$=$	On réduit.
$=$	

3) Propriété : Troisième identité remarquable : $(a+b)(a-b)$

Quels que soient les nombres relatifs a et b, on a l'égalité :

$$(a + b)(a - b) = \dots. - \dots.$$

Exemple :

Développer l'expression : $H = (3x+5)(3x-5)$

Etape 1	H = $(3x + 5)(3x - 5)$	On reconnaît la forme $(a + b)(a - b)$
Etape 2	H =	On utilise l'identité remarquable : $(a + b)(a - b) = \dots. - \dots.$ avec a = ... et b = ...
Etape 3	H =	On réduit.

Démonstration :

$(a + b)(a - b) =$	On a développé en utilisant $(a + b)(c + d)$
$=$	La multiplication est commutative donc $ba = ab$
$=$	On réduit en utilisant : $-\ ab\ +\ ab = 0$.
$=$	

V) Factoriser à l'aide d'un facteur commun : $k \times a + k \times b$

1) Propriété : Facteur commun : $k \times a + k \times b$

Quels que soient les nombres relatifs a, b et k, on a l'égalité :

$$k \times a + k \times b = \text{....} \times (\text{....} + \text{....})$$

Exemple :

1. Développer l'expression : $\mathrm{I} = 3y+21$

Etape 1	I = **3*y* + 21**	On fait apparaître un facteur commun.
Etape 2	I =	On factorise.
Etape 3	I =	

2. Développer l'expression : $\mathrm{J} = (9x-4)(5x+6)-(9x-4)^2$

Etape 1	J = $\mathbf{(9\,x-4)\,(5\,x+6)-(9\,x-4)^2}$	On fait apparaître un facteur commun.
Etape 2	J =	On factorise.
Etape 3	J =	On supprime les parenthèses à l'intérieur des crochets en faisant attention au signe « – »
Etape 4	J =	On réduit l'expression à l'intérieur des parenthèses
Etape 5	J =	

VI) Factoriser à l'aide d'une identité remarquable :

1) Propriété : Facteur commun : $k \times a + k \times b$

Quels que soient les nombres relatifs a, b et k, on a l'égalité :

$$k \times a + k \times b = \text{....} \times (\text{....} + \text{....})$$

Exemple :

1. Développer l'expression : $\mathrm{I} = 3y+21$

Etape 1	I = **3*y* + 21**	On fait apparaître un facteur commun.
Etape 2	I =	On factorise.
Etape 3	I =	

2. Développer l'expression : $\mathrm{J} = (9x-4)(5x+6)-(9x-4)^2$

Etape 1	J = $\mathbf{(9\,x-4)\,(5\,x+6)-(9\,x-4)^2}$	On fait apparaître un facteur commun.
Etape 2	J =	On factorise.
Etape 3	J =	On supprime les parenthèses à l'intérieur des crochets en faisant attention au signe « – »
Etape 4	J =	On réduit l'expression à l'intérieur des parenthèses
Etape 5	J =	