Collège Jules Ferry **Session 2014**

Diplôme National du Brevet Blanc n°2

Epreuve de Mathématiques
Durée 2 heures

....

L'utilisation de la calculatrice est autorisée *(circulaire n°99 – 186 du 16 Novembre 1999).*
L'usage du dictionnaire n'est pas autorisé.
La présentation, la rédaction et l'orthographe seront évaluées sur 4 points.

Indication portant sur l'ensemble du sujet.
Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.
Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche. Elle sera prise en compte dans la notation.

....

Exercice 1 : 6 points

f est la fonction définie par $f(x) = 7x(5 - 3x) - 4 + 21x^2 - 25x$

1. Calculer $f(2)$
2. Calculer l'image de -1 par la fonction f.
3. Prouver que $f(x) = 10x - 4$
4. Calculer l'antécédent de 12 par la fonction f.

Exercice 2 : 4 points

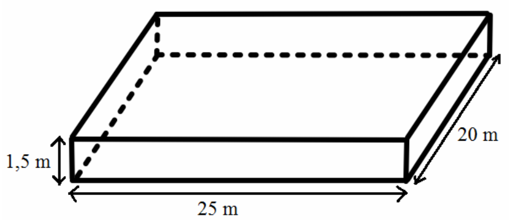
Enzo et Clara partent trois jours en vacances. Le tableau ci-contre récapitule les dépenses de chacun.
Au retour, ils font les comptes pour diviser les dépenses en deux parts égales.

	Enzo	Clara
Lundi	27 €	35 €
Mardi	30 €	31 €
Mercredi	49 €	21 €

Combien Clara doit-elle donner à Enzo pour que finalement chacun ait dépensé la même somme ?
Ecris les calculs que tu as faits pour trouver la réponse.

Exercice 3 : 5,5 points

Une piscine, qui a la forme d'un pavé droit, mesure 25 m de long, 20 m de large et sa profondeur est de 1,5 m.



1. Montrer que le volume d'eau nécessaire pour remplir la piscine à ras bord est 750 m^3.
2. Convertir ce volume en litres.
3. Chaque jour, à cause de l'évaporation, le niveau (la profondeur) d'eau baisse de 1cm.
   a) Montrer que le volume d'eau qui s'évapore chaque jour est 5 m^3.
   b) Quel volume d'eau reste-t-il dans la piscine au bout de 4 jours ?
   c) On appelle $V(x)$ le volume d'eau restant dans la piscine après un nombre x de jours.
   Montrer que $V(x) = 750 - 5x$
   d) Au bout de combien de jours la piscine n'est-elle plus qu'à moitié remplie ?

Exercice 4 : 3,5 points

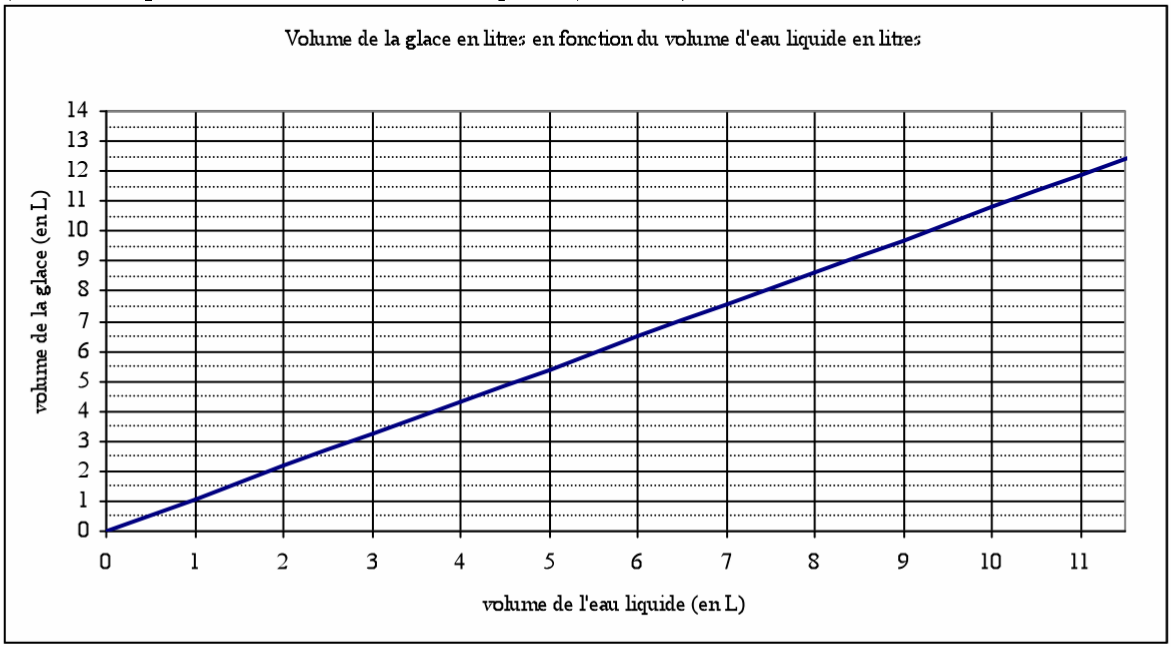
La distance de freinage D_F (en m) d'une automobile roulant à la vitesse v (**en m/s**) est donnée par la relation : $D_F = k\,v^2$ où k est le coefficient qui dépend de l'état de la route, des pneus et du système de freinage.

Dans des conditions « normales », lorsque la route est sèche, le coefficient k est égal à 0,08.

1. Prouver que 72 km/h correspond à une vitesse de 20 m/s.
2. Calculer la distance de freinage d'une automobile qui roule à 72km/h sur sol sec.

Exercice 5 : 4 points

L'eau en gelant augmente de volume. Le segment de droite ci-dessous représente le volume de glace (en litres) obtenu à partir d'un volume d'eau liquide (en litres).



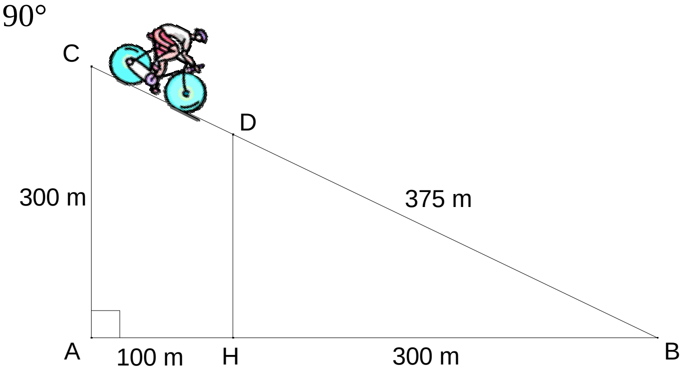
1. En utilisant le graphique, répondre aux questions suivantes.
   a) Quel est approximativement le volume de glace obtenu à partir de 11 litres d'eau liquide ?
   b) Quel volume d'eau liquide faut-il mettre à geler pour obtenir 6,5 litres de glace ?
2. Le volume de glace est-il proportionnel au volume d'eau liquide ? Justifier.
3. On admet que 10 litres d'eau donnent 10,8 litres de glace.

De quel pourcentage ce volume d'eau augmente-t-il en gelant ?

Exercice 6 : 7 points

Un cycliste descend la pente [CB] schématisée sur la figure ci-dessous où :

AC = HB = 300 m, BD = 375 m, AH = 100 m et $\widehat{BAC} = 90°$



1. Prouve que BC = 500 m.
2. Prouve que les droites (AC) et (HD) sont parallèles.
3. Le cycliste s'arrête au point D sur le chemin.
Calculer la hauteur DH qu'il lui reste à descendre.

4. Le dénivelé d'une pente se calcule avec la formule :

$$\text{dénivelé} = \frac{\text{distance verticale parcourue}}{\text{distance horizontale parcourue}}$$ et on donne le résultat en pourcentage.

Calculer le dénivelé de la pente [CB]

<u>Exercice 7</u> : 6 points

1. A Etretat en Normandie, Franck, qui a le compas dans l'œil, observe du haut de la falaise : sa hauteur est de 85 m et à 12 h précise, il arrive à mesurer par des moyens dont lui seul a le secret que les rayons du soleil font un angle avec la falaise de 12° comme l'illustre la **figure 1** ci-dessous.

Calculer la longueur AC au mètre près.

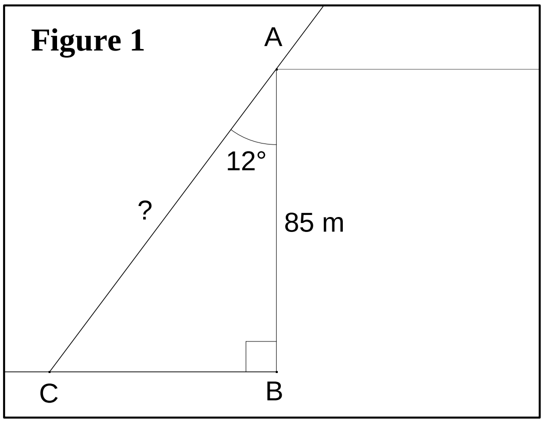
2. Au même moment à 1000 km plus à l'Est, Charlotte, qui a la bougeotte, est au pied de la Fernsehturn (tour le la TV) à Berlin : incroyable, sa hauteur est de 365 m mais son ombre ne fait que 19 m comme l'illustre la **figure 2** ci-dessous.

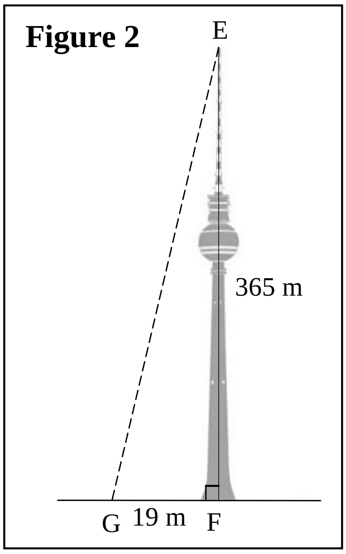
Calculer la mesure de l'angle $\widehat{GEF}$ et donner le résultat au degré près.

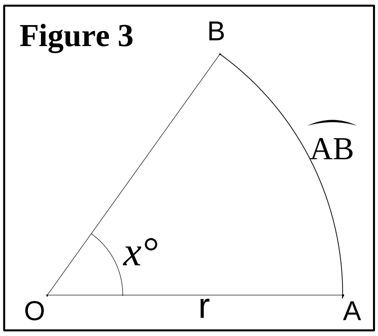
3. Plus proche de nous, Clara voudrait trouver une formule qui permettrait de calculer la longueur d'un arc de cercle $\overset{\frown}{AB}$ de rayon r et d'angle 9°.

En considérant la **figure 3**, aide Clara en recopiant le tableau ci-dessous puis en le complétant avec les bonnes formules :

x	360°	180°	90°	9°
longueur de l'arc $\overset{\frown}{AB}$	$2\pi r$			





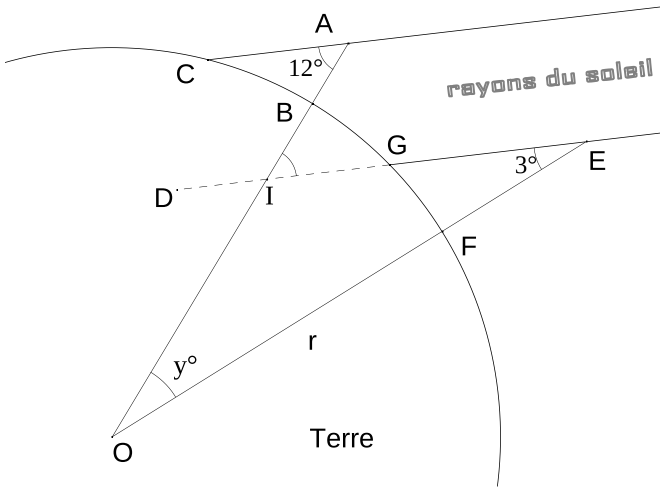


4. On considère la **figure ci-dessous** où les droites (AC) et (GE) sont parallèles et l'arc $\overset{\frown}{BF}$ fait 1000 km.

a) Prouve que $\widehat{AIG} = 12°$

b) En déduire que $y = 9°$

c) En utilisant la formule $1000 = \dfrac{\pi r}{20}$, calcule le rayon r de la Terre au kilomètre près.



CORRECTION DU BREVET BLANC

Exercice 1 :

1. $f(2) = 7 \times 2(5 - 3 \times 2) - 4 + 21 \times 2^2 - 25 \times 2$
$= 14 \times (5 - 6) - 4 + 21 \times 4 - 50$
$= 14 \times (-1) - 4 + 84 - 50$
$= -14 - 4 + 84 - 50$
$= 16$ M2.2

2. $f(-1) = 7 \times (-1) \times (5 - 3 \times (-1)) - 4 + 21 \times (-1)^2 - 25 \times (-1)$
$= (-7) \times (5 + 3) - 4 + 21 + 25$
$= (-7) \times 8 - 4 + 21 + 25$
$= -56 - 4 + 21 + 25$
$= -14$ L'image de -1 est -14.

3. $f(x) = 7x(5 - 3x) - 4 + 21x^2 - 25x$
$= 7x \times 5 + 7x \times (-3x) - 4 + 21x^2 - 25x$
$= 35x - 21x^2 - 4 + 21x^2 - 25x$
$= 10x - 4$

4. On cherche x tel que $f(x) = 12$, donc $10x - 4 = 12$ donc $10x = 12 + 4$ donc $10x = 16$ donc $x = 1{,}6$
L'antécédent de 12 par la fonction f est 1,6.

Exercice 2 :

Enzo a dépensé 27 + 30 + 49 = 106 €
Clara a dépensé 35 + 31 + 21 = 87 €.
Ils ont dépensé en tout 106 + 87 = 193 €
Chacun doit payer 193 **:** 2 = 96,5 euros.
Clara doit donner 96,5 – 87 = 9,5 euros à Enzo.
Vérification : 106 – 9,5 = 96,5 Après le remboursement de 9,5 euros, Enzo aura dépensé 96,5 euros.

Exercice 3 :

1. Le volume nécessaire pour remplir la piscine à ras bord est $V_1 = 1{,}5 \times 25 \times 20 = 750$ m^3. M2.4
2. 1 m^3 = 1 000 L donc 750 m^3 = 750 000 L M2.4
3. a) La piscine fait 25m de long sur 20m de large et l'eau s'évapore de 1cm soit 0,01m.
$V_2 = 0{,}01 \times 25 \times 20 = 5$ Chaque jour, 5 m^3 d'eau s'évapore.
b) $V_3 = 750 - 4 \times 5 = 750 - 20 = 730$ Au bout de quatre jours, il reste 730 m^3 d'eau.
c) Au départ, le volume d'eau est 750 m^3, puis elle perd 5 m^3 par jour.
$V(x) = 750 - 5x$
d) On cherche x tel que le volume $V(x)$ soit égal à : 750 **:** 2 = 375 m^3
donc $750 - 5x = 375$ donc $750 - 375 = 5x$ donc $375 = 5x$ donc $x = 75$
Au bout de 75 jours, la piscine n'est plus qu'à moitié remplie.

Exercice 4 :

1. $72 \text{ km/h} = \dfrac{72 \text{ km}}{1 \text{ h}} = \dfrac{72\,000 \text{ m}}{3\,600 \text{ s}} = 20 \text{ m/s}$ M2.4

2. $D_F = k v^2 = 0{,}08 \times 20^2 = 32$ La distance de freinage d'une automobile qui roule à 72 km/h sur sol sec est de 32 m.

Exercice 5 :

1. a) A partir de 11 litres de liquide, on obtient 12 litres de glace. M2.1
b) Pour obtenir 6,5 litres de glace, il faut mettre à geler environ 6 litres de liquide. M2.1
2. Le volume de glace est proportionnel au volume de liquide car la représentation graphique obtenue est une droite qui passe par l'origine. M2.1
3. 10,8 – 10 = 0,8 Le volume d'eau augmente de 0,8 litre.
On fait une règle de trois : $10 \text{ l} \rightarrow 100\ \%$

$$0{,}8 \text{ l} \rightarrow \frac{0{,}8 \times 100}{10} = 8\ \%$$

Le volume d'eau augmente de 8% en gelant.

Exercice 6 :

1. Dans le triangle ABC rectangle en A, on applique le théorème de Pythagore :

$BC^2 = AB^2 + AC^2$

On a AB = 100 + 300 = 400 m

$BC^2 = 400^2 + 300^2 = 250\,000$ donc $BC = \sqrt{250\,000} = 500$ m.

La longueur BC est égale à 500 m. M2.3

2. Dans le triangle ABC, on sait que :

- D est un point de (CB) et H est un point de (AB),
- $\frac{BC}{BD} = \frac{500}{375}$ et $\frac{BA}{BH} = \frac{400}{300} = \frac{4}{3}$
- 500 × 3 = 1 500 et 375 × 4 = 1 500
- Les produits en croix sont égaux donc les fractions sont égales : $\frac{BC}{BD} = \frac{BA}{BH}$

D'après la réciproque du théorème de Thalès, on peut dire que les droites (AC) et (HD) sont parallèles.

3. Dans le triangle ABC, on sait que :

- D est un point de (CB) et H est un point de (AB),
- (AC) // (HD).

D'après le théorème de Thalès, on a : $\frac{BC}{BD} = \frac{BA}{BH} = \frac{CA}{DH}$

Ainsi, $\frac{DH}{300} = \frac{300}{400}$ donc $DH = \frac{300 \times 300}{400} = 225$ m

Il lui reste à descendre 225 m.

4. Le dénivelé de la pente [CB] est de $\frac{300}{400} = \frac{3}{4} = 0{,}75 = 75\%$. M2.2

Exercice 7 :

1. Dans le triangle ABC rectangle en B, on utilise la trigonométrie :

$\cos(\widehat{A}) = \frac{AB}{AC}$ donc $\cos(12) = \frac{85}{AC}$ donc $AC = \frac{85}{\cos(12)} \approx 87$ m

La valeur de AC au mètre près est 87 m.

2. Dans le triangle GEF rectangle en F, on utilise la trigonométrie :

$\tan(\widehat{E}) = \frac{GF}{EF} = \frac{19}{365}$ donc $\widehat{E} = \arctan\left(\frac{19}{365}\right) \approx 3°$

La mesure de l'angle au degré près est 3°.

3.

x	360°	180°	90°	9°
longueur de l'arc $\overset{\frown}{AB}$ M2.1	$2\pi r$	πr	$\pi r : 2$	$\pi r : 20$

4. a) *On sait que :* - (AC) // (GE),

- les angles $\widehat{CAB}$ et $\widehat{BIG}$ et sont alternes-internes.

Propriété : Si deux droites parallèles forment avec une même droite deux angles alternes-internes, alors ces deux angles ont la même mesure.

Conclusion : $\widehat{CAB} = \widehat{BIG} = 12°$

b) On a : $\widehat{GIO} = 180 - 12 = 168°$

Dans le triangle OIE, la somme des mesures des angles est égale à 180°. M2.3

donc y = 180 – (168 + 3) = 9 °

c) on a : $1000 \times 20 = \frac{\pi r}{\cancel{20}} \times \cancel{20}$ donc $\frac{20\,000}{\pi} = \frac{\cancel{\pi} \times r}{\cancel{\pi}}$ donc $r \approx 6\,366$ km

Le rayon de la Terre est d’environ 6 366 km.