



01. ARITHMÉTIQUE



I. Nombre premier :

Un **nombre premier** est un entier naturel qui admet exactement deux diviseurs : 1 et lui-même.

Exemples :

a) 11 est un **nombre premier** car il admet **exactement** 2 diviseurs : {1 ; 11}.

b) 14 **N'est PAS** un nombre premier car il admet **plus de** 2 diviseurs : {1 ; 2 ; 7 ; ...}.

Le nombre 1 **N'est PAS** premier, car il n'a qu'un seul diviseur : 1.

II. Nombres premiers entre eux :

Deux nombres sont premiers entre eux si leur PGCD vaut 1.

Exemples :

a) $Pgcd(8 ; 15) = 1$.

On en déduit que les nombres 8 et 15 sont premiers entre eux. (et pourtant, ni 8, ni 15 ne sont premiers)

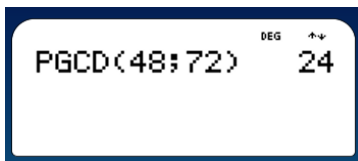
b) $Pgcd(24 ; 18) = 6$.

/ ! \ : **La liste des premiers nombres premiers est à savoir par cœur** : {2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 ; 19 ; 23 ; 29 ; 31 ; ... }

Pour définir le PGCD de deux nombres, on peut utiliser :

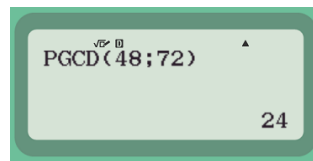
1. La calculatrice avec la fonction PGCD :

Avec la TI-Collège-PLUS



Touches utilisées :
Maths => PGCD

Avec la FX-92-Collège



Touches utilisées :
SECONDE => PGCD

2. La liste des diviseurs :

On cherche les diviseurs 2 par 2 jusqu'à la racine du nombre :

$$d_{48} = \{1; 2; 3; 4; 6; 8; 12; 16; 24; 48\}$$

$$d_{72} = \{1; 2; 3; 4; 6; 8; 9; 12; 18; 24; 36; 72\}$$

On choisit le nombre le plus grand qui figure dans les deux listes, ici 24.

3. Les soustractions successives :

$$\begin{aligned} Pgcd(48 ; 72) &= Pgcd(72 - 48 ; 48) \\ &= Pgcd(24 ; 48) \\ &= Pgcd(48 - 2 \times 24 ; 24) \\ &= Pgcd(0 ; 24) \\ &= 24 \end{aligned}$$

Le Pgcd est le dernier nombre non nul.

4. L'algorithme d'Euclide :

$$\begin{aligned} 72 &= 48 \times 1 + 24 \\ 48 &= 24 \times 2 + 0 \end{aligned}$$

Le Pgcd est le dernier reste non nul, ici 24.

Calcul du $Pgcd(48 ; 72)$

5. Décomposition en facteurs premiers :

72	2	48	2
36	2	24	2
18	2	12	2
9	3	6	2
3	3	3	3
1		1	

$$72 = 2^3 \times 3^2$$

$$48 = 2^4 \times 3^1$$

Le pgcd est le produit des facteurs figurant dans les deux listes :

$$Pgcd(48 ; 72) = 2^3 \times 3^1 = 8 \times 3 = 24.$$

Remarque :

Le PGCD permet de rendre une fraction irréductible en une seule étape :

$$\frac{72}{48} = \frac{3}{2}$$

(Division par 24 effectuée sur le numérateur et le dénominateur)