

Chapitre 03 : PUISSANCES

I) Cas particulier : Puissances de 3 :

Puissances positives :

$$3^0 = 1 = 1$$

$$3^1 = 1 \times 3 = 3$$

$$3^2 = 1 \times 3 \times 3 = 9$$

$$3^3 = 1 \times 3 \times 3 \times 3 = 27$$

$$3^4 = 1 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$$

Puissances négatives :

$$3^0 = 1 = 1 = \frac{1}{3^0}$$

$$3^{-1} = 1 \div 3 = \frac{1}{3} = \frac{1}{3^1}$$

$$3^{-2} = 1 \div 3 \div 3 = \frac{1}{3 \times 3} = \frac{1}{3^2}$$

$$3^{-3} = 1 \div 3 \div 3 \div 3 = \frac{1}{3 \times 3 \times 3} = \frac{1}{3^3}$$

$$3^{-4} = 1 \div 3 \div 3 \div 3 \div 3 = \frac{1}{3 \times 3 \times 3 \times 3} = \frac{1}{3^4}$$

Remarques :

1. Il ne faut pas confondre 3^5 et 3×5 !

En effet : $3^5 = 1 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$ et $3 \times 5 = 3 + 3 + 3 + 3 + 3$

2. Il y a une relation évidente entre deux puissances **successives** de 3 :

$$3^4 = 3 \times 3^3 \text{ ou encore } 3^4 = \frac{3^5}{3}.$$

II) Cas général : Puissances d'un nombre relatif :

1) Définitions : Puissance - Exposant :

Pour tout nombre a et pour tout entier positif n :

$$a^0 = 1; \quad a^n = \underbrace{1 \times a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ facteurs}}; \quad \text{et} \quad a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad (\text{avec } a \neq 0);$$

n facteurs
 a^n se lit « a puissance n »
ou encore « a exposant n ».

a^{-n} désigne l'inverse de a^n

Exemples :

$$\text{a. } 2^0 = 1 \quad \left| \quad \text{b. } 5^3 = 1 \times 5 \times 5 \times 5 = 125 \quad \left| \quad \text{c. } 5^{-2} = 1 \div 5 \div 5 = \frac{1}{5 \times 5} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25}$$

Exercice : Calculer :

$$\text{a. } 7^0 \quad \left| \quad \text{b. } 10^8 \quad \left| \quad \text{c. } 2^{-5}$$

Remarque : $(-2)^4 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2)$ alors que : $-2^4 = -2 \times 2 \times 2 \times 2$.

2) Propriété : Priorités opératoires :

Dans une expression sans parenthèse comportant des puissances, on effectue d'abord les puissances, puis les multiplications et les divisions et enfin les additions et les soustractions.

Exemples :

$$\begin{aligned} A &= 1 + 3 \times 2^3 \\ A &= 1 + 3 \times 8 \\ A &= 1 + 24 \\ A &= 25 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= 4^3 + 5 \times 3^2 - 10 \\ B &= 64 + 5 \times 9 - 10 \\ B &= 64 + 45 - 10 \\ B &= 99 \end{aligned}$$

Exercice : Donner l'écriture décimale des nombres suivants :

$$C = 6 + 11^2 \times 3 \quad \left| \quad D = 10 + 5^2 \times (-3)^3 \quad \left| \quad E = (-2)^6 - 7 \times (-1)^{10} + 15$$

Récapitulatif : On calcule dans l'ordre :

1. () *en commençant par les parenthèses les plus intérieures.*
2. ..." *on peut calculer plusieurs puissances en même temps.*
3. $\times ; \div$ *en calculant de la gauche vers la droite.*
4. $+ ; -$ *en calculant de la gauche vers la droite.*

III) Cas particulier : Puissances de dix :

1) Propriétés :

n désigne un entier positif.

$$10^n = 1 \times \underbrace{10 \times \dots \times 10}_{n \text{ facteurs}} = \underbrace{10 \dots 0}_{n \text{ zéros}}$$
$$10^{-n} = \frac{1}{10^n} = \frac{1}{\underbrace{10 \times \dots \times 10}_{n \text{ facteurs}}} = \frac{1}{\underbrace{10 \dots 0}_{n \text{ zéros}}} = \underbrace{0,0 \dots 01}_{n \text{ chiffres après la virgule}}$$

Exemples :

a. $10^3 = \underbrace{10 \times 10 \times 10}_{3 \text{ facteurs}} = \underbrace{1 \ 000}_{3 \text{ zéros}}$

Mille peut donc se noter 10^3 .

b. $10^{-2} = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{\underbrace{10 \times 10}_{2 \text{ facteurs}}} = \frac{1}{\underbrace{100}_{2 \text{ zéros}}} = \underbrace{0,01}_{2 \text{ chiffres après la virgule}}$

Un centième peut donc se noter 10^{-2} .

Exercice : Ecrire sous forme décimale :

1. 10^7 | 2. 10^4

