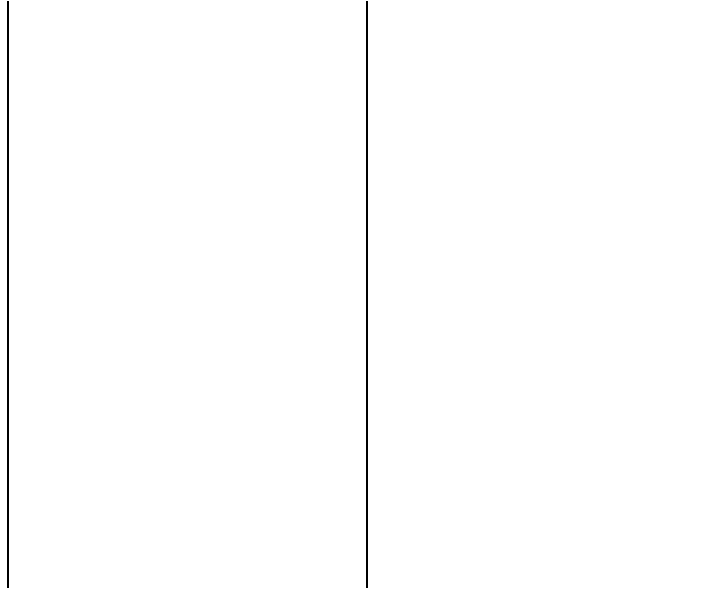


Chapitre 10 : TRIANGLES SEMBLABLES

0) Introduction :

Regrouper les triangles ci-dessous :



1) Triangles semblables – superposables :

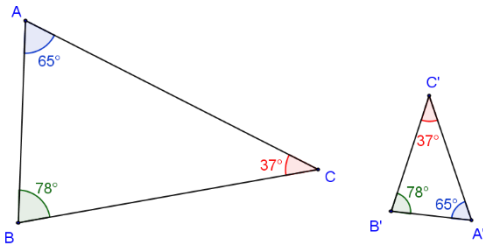
1) Définition : Triangles semblables :

Deux triangles sont **semblables** lorsque leurs trois angles sont deux à deux de même mesure.

On dit aussi que ces triangles sont de **même forme**.

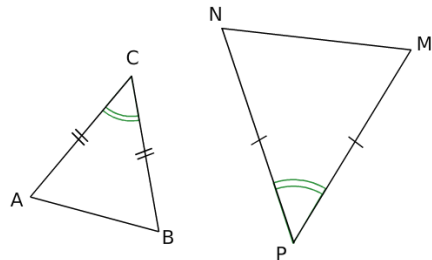
Exemple :

Dans les triangles ci-contre, $\hat{A} = \hat{A}'$, $\hat{B} = \hat{B}'$ et $\hat{C} = \hat{C}'$ donc les triangles ABC et $A'B'C'$ sont semblables.



Exercice :

Les triangles ABC et MNP sont semblables ?
Justifier la réponse.



Remarque :

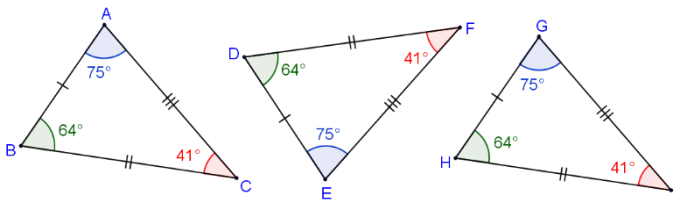
Pour que deux triangles soient semblables, il suffit que deux angles de l'un des triangles soient égaux à deux angles de l'autre triangle (le fait que la somme des mesures des angles d'un triangle est égale à 180° impose l'égalité de la troisième mesure des angles des triangles).

2) Définition (Cas Particulier) : Triangles superposables :

Deux triangles sont **superposables** lorsque leurs trois côtés sont deux à deux de même longueur.

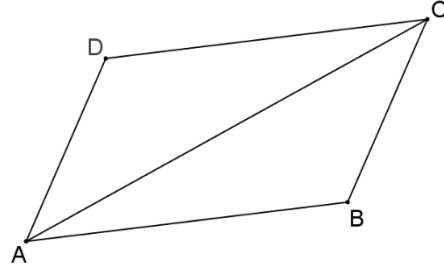
Exemple :

Les triangles ABC , DEF et GHI ci-dessous sont **superposables**.



Exercice :

Le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme.



Expliquer pourquoi les triangles ABC et ADC sont superposables.

Remarque :

Deux triangles **superposables** sont **semblables**.

(la démonstration sera faite en 3^{ème})

II) Triangles semblables et proportionnalité : (Admis)

(Sert à calculer la longueur d'un côté d'un triangle)

1) Propriété 1 : Triangles semblables et proportionnalité :

Si deux triangles ABC et $A'B'C'$ sont **semblables**,

alors

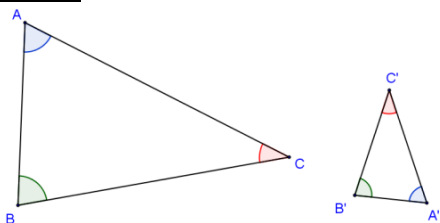
Longueurs du petit \triangle	AB	AC	BC
Longueurs du grand \triangle	A'B'	A'C'	B'C'

est un tableau de proportionnalité.

Exemple :

Données :

Schéma :



Dans les triangles ci-dessus, les angles de même couleur sont égaux.

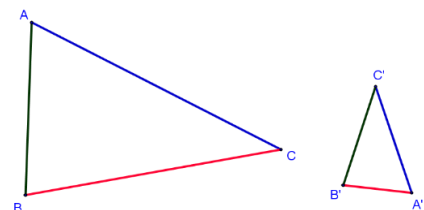
Diagramme :

Les triangles ABC et $A'B'C'$ sont semblables

Propriété 1



Conclusion :



Dans les triangles ci-dessus, les longueurs des côtés de même couleur sont **proportionnelles**.

Longueurs du petit \triangle	AB	AC	BC
Longueurs du grand \triangle	A'B'	A'C'	B'C'

est un tableau de proportionnalité.

2) Exercice rédigé :

Enoncé : Dans la figure ci-dessous, calculer les longueurs AC et EF .

Solution :

On sait que :

Dans les triangles ci-dessus,

$\hat{A} = \hat{A}'$, $\hat{B} = \hat{B}'$ (et après calcul $\hat{C} = \hat{C}'$).

Par définition, les triangles ABC et DEF sont semblables.

Or :

Si les triangles ABC et DEF sont semblables, alors

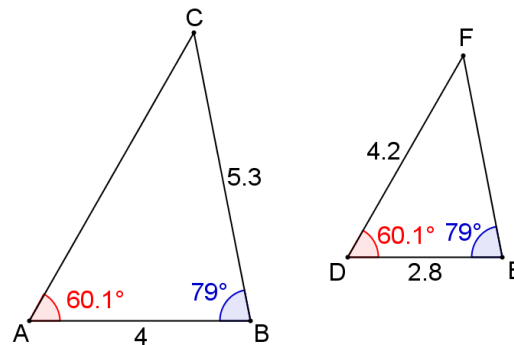
Longueurs du petit \triangle	AB	AC	BC
Longueurs du grand \triangle	DE	DF	EF

est un tableau de proportionnalité.

Donc :

Longueurs du petit \triangle	4 cm	AC	5,3 cm
Longueurs du grand \triangle	2,8 cm	4,2 cm	EF

est un tableau de proportionnalité.



Calcul de AC	Calcul de EF								
<p>En utilisant :</p> <table border="1"> <tr> <td>4 cm</td> <td>AC</td> </tr> <tr> <td>2,8 cm</td> <td>4,2 cm</td> </tr> </table> <p>On obtient (d'après le produit en croix) :</p> $AC = \frac{4 \text{ cm} \times 4,2 \text{ cm}}{2,8 \text{ cm}}$ <p>ainsi :</p> $AC = \frac{16,8}{2,8}$ <p>donc :</p> $AC = 6 \text{ cm.}$	4 cm	AC	2,8 cm	4,2 cm	<p>En utilisant :</p> <table border="1"> <tr> <td>4 cm</td> <td>5,3 cm</td> </tr> <tr> <td>2,8 cm</td> <td>EF</td> </tr> </table> <p>On obtient (d'après le produit en croix) :</p> $EF = \frac{2,8 \text{ cm} \times 5,3 \text{ cm}}{4 \text{ cm}}$ <p>ainsi :</p> $EF = \frac{14,84}{4}$ <p>donc :</p> $EF = 3,71 \text{ cm.}$	4 cm	5,3 cm	2,8 cm	EF
4 cm	AC								
2,8 cm	4,2 cm								
4 cm	5,3 cm								
2,8 cm	EF								

III) Proportionnalité et Triangles semblables : (Admis)

(Sert à montrer que deux triangles sont semblables)

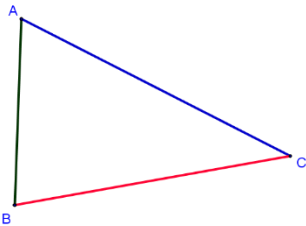
1) Propriété 2 : Triangles semblables et proportionnalité :

Si deux triangles ont leurs côtés respectifs proportionnels alors ils sont semblables.

Exemple :

Données :

Schéma :

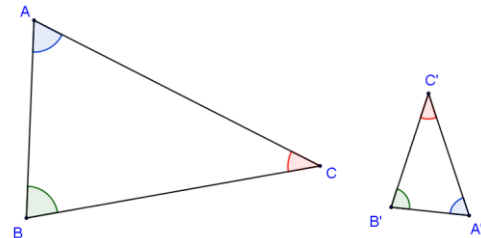


Dans les triangles ci-dessus, les longueurs des côtés de même couleur sont proportionnelles.

Outils :

Conclusion :

Propriété 2



Dans les triangles ci-dessus, les angles de même couleur sont égaux.

Diagramme :

Longueurs du petit Δ	AB	AC	BC
Longueurs du grand Δ	A'B'	A'C'	B'C'

est un tableau de proportionnalité.

Propriété 2

Les triangles ABC et $A'B'C'$ sont semblables

2) Exercice rédigé :

Énoncé : Justifier que les triangles ABC et MNP ci-dessous, sont des triangles semblables.

Solution :

On sait que :

$$\frac{AB}{MN} = \frac{6,4}{4} = 1,6; \quad \frac{PN}{AC} = \frac{8}{5} = 1,6 \text{ et } \frac{PM}{CB} = \frac{9,6}{6} = 1,6$$

et donc que :

Longueurs du petit Δ	AB	AC	BC
Longueurs du grand Δ	MN	PN	MP

est un tableau de proportionnalité.

Or :

Si deux triangles ont leurs côtés respectifs proportionnels alors ils sont semblables.

Donc :

Les triangles ABC et MNP sont semblables.

