

PREPARATION DEVOIR COMMUN 2021 :

Exercice 1 : Amérique du Nord – Juin 2003

$$A = 1 - \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{4} \right) \quad B = \frac{3 - \frac{5}{2}}{1 + \frac{1}{5}}$$

1. En faisant apparaître les différentes étapes de calcul, écrire A et B sous la forme d'une fraction irréductible.
2. Calculer les quatre-cinquièmes de $\frac{35}{8}$.
On appellera C le résultat donné sous forme de fraction irréductible.
3. Montrer que la somme $A + B + C$ est un nombre entier.
4. En faisant apparaître les étapes, calculer et donner l'écriture scientifique de :

$$D = \frac{2 \times 10^3 \times 5 \times (10^{-5})^2}{2 + 18}$$

Correction :

1.

$\begin{aligned} A &= 1 - \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{4} \right) \\ &= 1 - \left(\frac{2 \times 4}{3 \times 4} + \frac{1 \times 3}{4 \times 3} \right) \\ &= 1 - \left(\frac{8}{12} + \frac{3}{12} \right) \\ &= 1 - \left(\frac{8+3}{12} \right) \\ &= 1 - \left(\frac{11}{12} \right) \\ &= \frac{1}{1} - \frac{11}{12} \\ &= \frac{12}{12} - \frac{11}{12} \\ &= \frac{12-11}{12} \\ &= \frac{1}{12} \end{aligned}$	$\begin{aligned} B &= \frac{3 - \frac{5}{2}}{1 + \frac{1}{5}} \\ &= \frac{\frac{3}{1} - \frac{5}{2}}{\frac{1}{1} + \frac{1}{5}} \\ &= \frac{\frac{3 \times 2}{1 \times 2} - \frac{5}{2}}{\frac{1 \times 5}{1 \times 5} + \frac{1}{5}} \\ &= \frac{\frac{6}{2} - \frac{5}{2}}{\frac{5}{5} + \frac{1}{5}} \\ &= \frac{\frac{6-5}{2}}{\frac{5+1}{5}} \\ &= \frac{\frac{1}{2}}{\frac{6}{5}} \\ &= \frac{1}{2} \div \frac{6}{5} \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{5}{6} \\ &= \frac{1 \times 5}{2 \times 6} \\ &= \frac{5}{12} \end{aligned}$
--	---

2.

$$C = \text{quatre - cinquièmes de } \frac{35}{8} = \frac{4}{5} \times \frac{35}{8}$$

$$= \frac{4 \times 35}{5 \times 8}$$

$$= \frac{4 \times 5 \times 7}{5 \times 4 \times 2}$$

$$= \frac{7}{2}$$

3.

$$A + B + C = \frac{1}{12} + \frac{5}{12} + \frac{7}{2}$$

$$= \frac{1}{12} + \frac{5}{12} + \frac{7 \times 6}{2 \times 6}$$

$$= \frac{1 + 5}{12} + \frac{42}{12}$$

$$= \frac{6}{12} + \frac{42}{12}$$

$$= \frac{6 + 42}{12}$$

$$= \frac{48}{12}$$

$$= 4$$

4.

$$D = \frac{2 \times 10^3 \times 5 \times (10^{-5})^2}{2 + 18}$$

$$= \frac{2 \times 5 \times 10^3 \times 10^{-5 \times 2}}{20}$$

$$= \frac{10 \times 10^3 \times 10^{-10}}{20}$$

$$= \frac{10}{20} \times 10^3 \times 10^{-10}$$

$$= 0,5 \times 10^{3+(-10)}$$

$$= 0,5 \times 10^{-7}$$

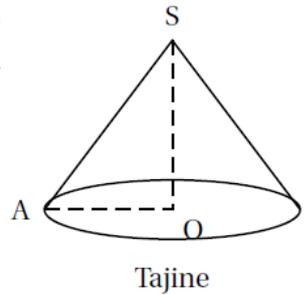
$$= 5,0 \times 10^{-1} \times 10^{-7}$$

$$= 5,0 \times 10^{-1+(-7)}$$

$$= 5,0 \times 10^{-8}$$

Exercice 2 : Amiens, Créteil, Lille, Paris, Rouen et Versailles – 2003

Un tajine est un plat composé d'une assiette circulaire et d'un couvercle en forme de cône qui s'emboîte parfaitement dans l'assiette. L'assiette de ce tajine a un rayon [OA] qui mesure 15 cm et la génératrice du cône [SA] mesure 25 cm.



1. Calculer la hauteur OS du cône.
2. Montrer que la valeur exacte du volume V du cône est égal à $(1500\pi) \text{ cm}^3$.

1.

Le triangle ASO est rectangle en O.

D'après le théorème de Pythagore, on a :

$$SA^2 = AO^2 + OS^2$$

$$25^2 = 15^2 + OS^2$$

$$625 = 225 + OS^2$$

$$OS^2 = 625 - 225$$

$$OS^2 = 400$$

$$OS = \sqrt{400}$$

$$OS = 20 \text{ cm.}$$

2.

$$\text{Volume du cône} = \frac{\text{Aire de la base} \times \text{Hauteur}}{3}$$

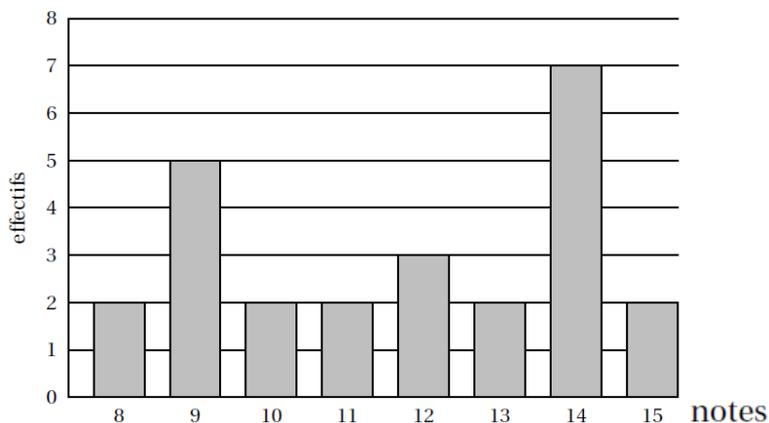
$$= \frac{\pi \times 15^2 \times 20}{3}$$

$$= \frac{\pi \times 225 \times 20}{3}$$

$$= (1500 \pi) \text{ cm}^3$$

Exercice 3 : Groupement Est – Juin 2004

Le diagramme en barres ci-dessous donne la répartition des notes obtenues à un contrôle de mathématiques par les élèves d'une classe de 3^e.



1. Combien d'élèves y a-t-il dans cette classe?
2. Quelle est la note moyenne de la classe à ce contrôle?
3. Quelle est la note médiane?
4. Quelle est l'étendue de cette série de notes?

1.

Dans cette classe, le nombre total d'élève correspond à l'effectif total du groupe : $2 + 5 + 2 + 2 + 3 + 2 + 7 + 2 = 25$
Il y a 25 élèves dans la classe.

2.

$$\text{Note moyenne de la classe} = \frac{2 \times 8 + 5 \times 9 + 2 \times 10 + 2 \times 11 + 3 \times 12 + 2 \times 13 + 14 \times 7 + 2 \times 15}{25} = \frac{293}{25} = 11,72$$

3.

Il y a 25 Elèves (et donc 25 Notes) au total.

La médiane coupe la série statistique en 2 séries de même effectif.

La médiane est donc la 13^{ème} note (12 avant et 12 après).

La médiane est 12.

4.

Etendue = Note la plus haute – Note la plus basse

$$= 15 - 8$$

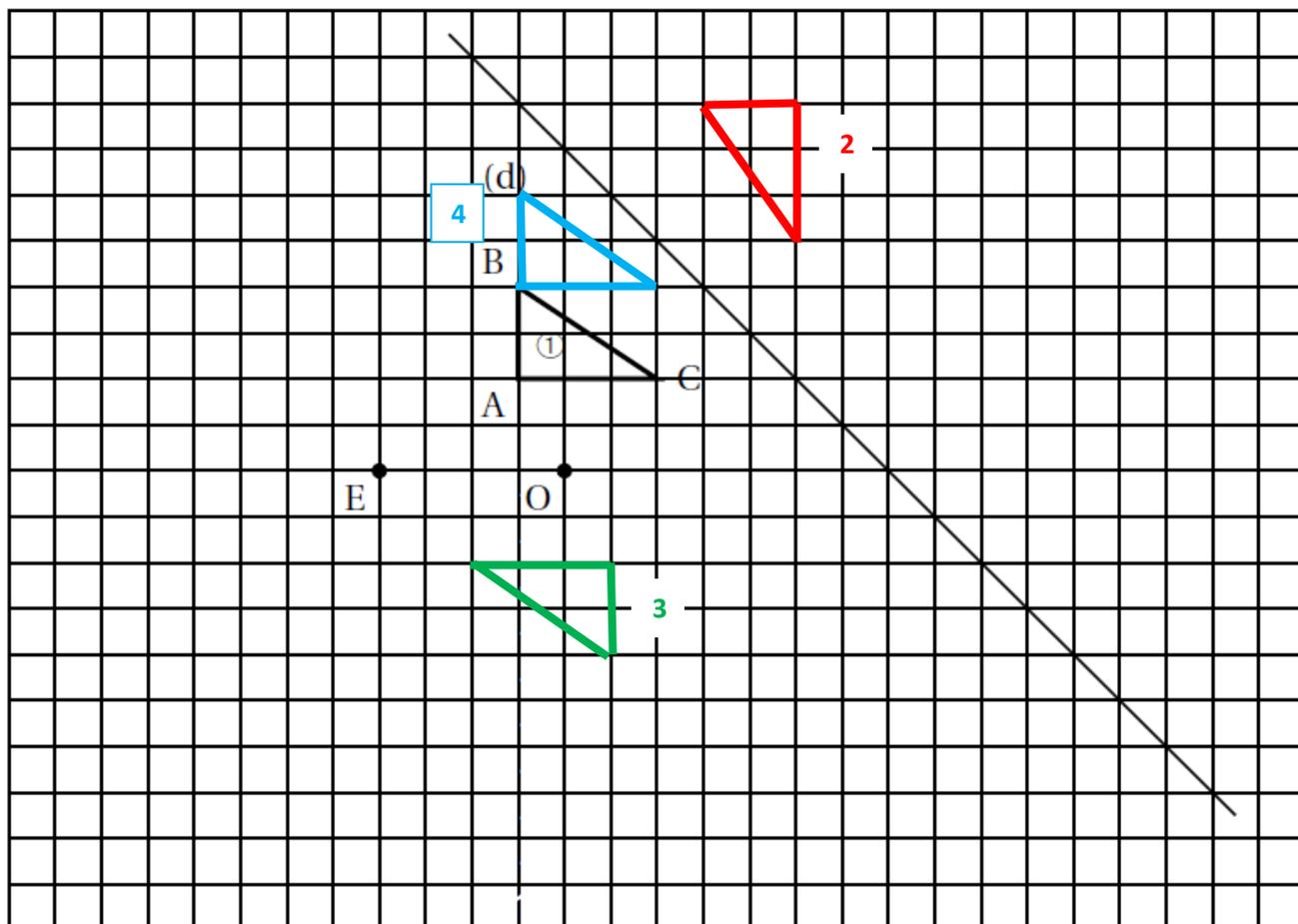
$$= 7$$

Il y a 7 points d'écart entre la note la plus basse et la note la plus haute.

Exercice 4 : Polynésie – Septembre 2004

Sur le quadrillage ci-dessous, construire :

- la figure ② image du triangle ① par la symétrie d'axe d .
- la figure ③ image du triangle ① par la symétrie de centre O .
- la figure ④ image du triangle ① par la translation de vecteur \vec{AB} .



Exercice 5 : Pondichéry – 2 Mai 2017

Alban souhaite proposer sa candidature pour un emploi dans une entreprise. Il doit envoyer dans une seule enveloppe : 2 copies de sa lettre de motivation et 2 copies de son Curriculum Vitæ (CV). Chaque copie est rédigée sur une feuille au format A4.

1. Il souhaite faire partir son courrier en lettre prioritaire. Pour déterminer le prix du timbre, il obtient sur internet la grille de tarif d'affranchissement suivante :

Lettre prioritaire	
Masse jusqu'à	Tarifs nets
20 g	0,80 €
100 g	1,60 €
250 g	3,20 €
500 g	4,80 €
3 kg	6,40 €

Le tarif d'affranchissement est-il proportionnel à la masse d'une lettre?

2. Afin de choisir le bon tarif d'affranchissement, il réunit les informations suivantes :

- Masse de son paquet de 50 enveloppes : 175 g.
- Dimensions d'une feuille A4 : 21 cm de largeur et 29,7 cm de longueur.
- Grammage d'une feuille A4 : 80 g/m² (le grammage est la masse par m² de feuille).

Quel tarif d'affranchissement doit-il choisir?

1. Si le tarif était proportionnel à la masse, la lettre de 100 = 5 × 20 (g) devrait être affranchie 5 × 0,80 = 4 €. Non, le tarif n'est pas proportionnel à la masse.

2. Il lui faut 1 enveloppe et 4 pages.

- Une enveloppe a un poids de $\frac{175}{50} = \frac{350}{100} = 3,5$ g.

- Une feuille a une aire de :

$0,21 \times 0,297 = 0,06237$ m² et donc un poids de :

$0,06237 \times 80 = 4,9896$.

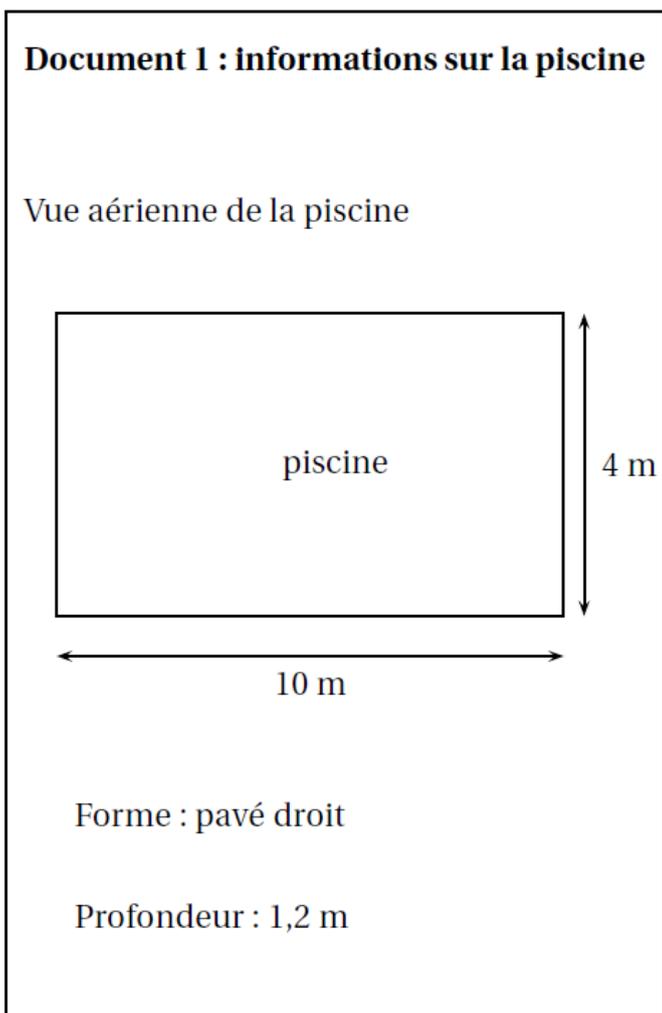
4 feuilles ont donc un poids de $4 \times 4,9896 = 19,9584$

Masse totale d'un courrier (sans compter sur le poids du timbre!) :

$3,5 + 19,9584 = 23,4584$ g. Il dépasse 20 g.

Il doit donc payer 1,60 €.

Voici les caractéristiques d'une piscine qui doit être rénovée :



Document 2 : information relative à la pompe de vidange

Débit : $14 \text{ m}^3/\text{h}$

Document 3 : informations sur la peinture résine utilisée pour la rénovation

- seau de 3 litres
- un litre recouvre une surface de 6 m^2
- 2 couches nécessaires
- prix du seau : 69,99 €

1. Le propriétaire commence par vider la piscine avec la pompe de vidange. Cette piscine est remplie à ras bord. Sera-t-elle vide en moins de 4 heures ?
2. Il repeint ensuite toute la surface intérieure de cette piscine avec de la peinture résine. Quel est le coût de la rénovation ?

1. $V_{\text{piscine}} = 10 \times 4 \times 1,2 = 48$. Le volume de la piscine est de 48 m^3 .

On calcule alors : $\frac{48}{14} \approx 3,4 \text{ h}$ soit 3h 24 min.

La piscine sera donc vide en moins de 4 heures.

2. On calcule la surface de la piscine :

$$A_{\text{piscine}} = 10 \times 4 + 2 \times (10 \times 1,2) + 2 \times (4 \times 1,2)$$

$$A_{\text{piscine}} = 40 + 24 + 9,6$$

$$A_{\text{piscine}} = 73,6 \text{ m}.$$

La surface de la piscine est de $73,6 \text{ m}^2$.

2 couches sont nécessaires pour peindre la piscine, il faut donc prévoir de la peinture pour une surface de : $2 \times 73,6 = 147,2 \text{ m}^2$.

On calcule la quantité de peinture nécessaire : $\frac{147,2}{6} \approx 24,53 \ell$.

Il faudra environ 24,53 litres de peinture.

$$\text{Or } \frac{24,53}{3} \approx 8,2.$$

Les seaux contiennent 3 litres de peinture, il faudra donc 9 seaux de peinture.

$$9 \times 69,99 = 629,91.$$

Le coût sera donc de 629,91 €.

Exercice 7 : Aix-Marseille – Juin 2005

Soit ABC un triangle tel que $AB = 4,2 \text{ cm}$, $BC = 5,6 \text{ cm}$, $AC = 7 \text{ cm}$.

1. Faire une figure en vraie grandeur.
2. Prouver que ABC est rectangle en B.
3. Calculer le périmètre et l'aire de ABC.

2.

Dans le triangle ABC,
[AC] est le plus grand côté.

$$AC^2 = 7^2 = 49$$

$$BA^2 + BC^2 = 4,2^2 + 5,6^2 = 17,64 + 31,36 = 49$$

Comme $AC^2 = BA^2 + BC^2$,

d'après la réciproque du théorème de Pythagore,

le triangle ABC est rectangle en B.

3.

Périmètre du triangle ABC = $AB + BC + CA = 4,2 \text{ cm} + 5,6 \text{ cm} + 7 \text{ cm} = 16,8 \text{ cm}$.

$$\text{Aire du triangle} = \frac{\text{Base} \times \text{hauteur}}{2} = \frac{AB \times BC}{2} = \frac{4,2 \times 5,6}{2} = \frac{23,52}{2} = 11,76 \text{ cm}^2$$

1

