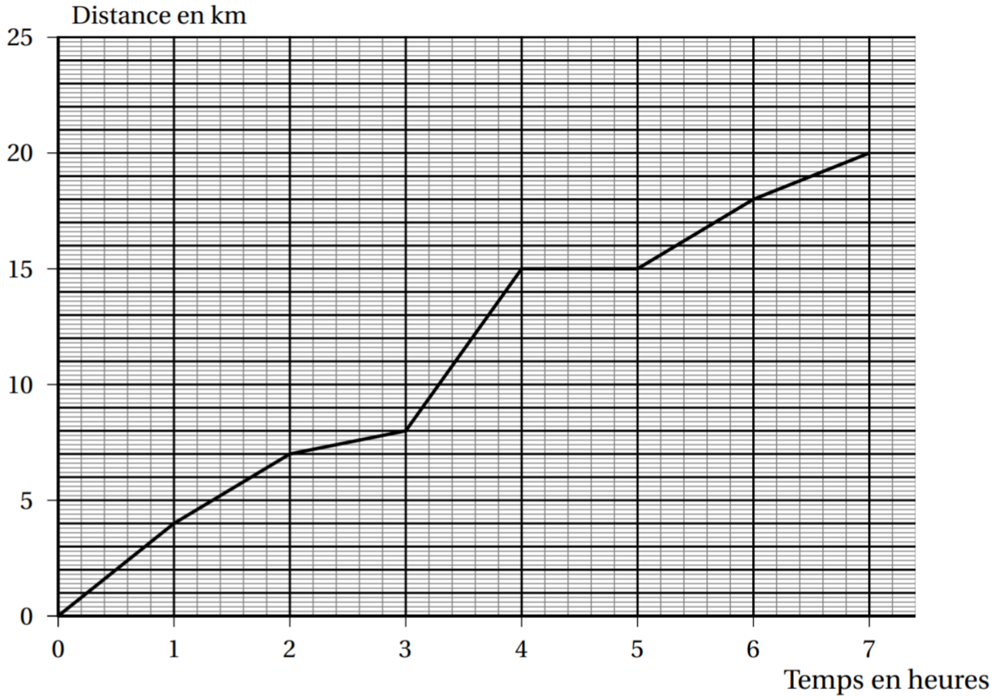
Calculatrice autorisée

Sujet A :

Toutes les réponses devront être détaillées et justifiées sur la feuille de classeur.

Exercice 1 : Centres étrangers 2019	**… points**

Une famille a effectué une randonnée en montagne. Le graphique ci-dessous donne la distance parcourue en km en fonction du temps en heures.



1. Ce graphique traduit-il une situation de proportionnalité ? Justifier la réponse.
2. On utilisera le graphique pour répondre aux questions suivantes. Aucune justification n'est demandée.
   a. Quelle est la durée totale de cette randonnée ?
   b. Quelle distance cette famille a-t-elle parcourue au total ?
   c. Quelle est la distance parcourue au bout de 6 h de marche ?
   d. Au bout de combien de temps ont-ils parcouru les 8 premiers km ?
   e. Que s'est-il passé entre la 4^e et la 5^e heure de randonnée ?
3. Un randonneur expérimenté marche à une vitesse moyenne de 4 km/h sur toute la randonnée. Cette famille est-elle expérimentée ? Justifier la réponse.

Correction :

1. Les points du graphique ne sont pas alignés. Il ne s'agit donc pas d'une situation de proportionnalité.
2. a. La randonnée a duré 7 heures.
   b. La famille a parcouru 20 km.
   c. Le point d'abscisse 6 a une ordonnée de 18 : au bout de six heures la famille a parcouru 18 km.
   d. Le point d'ordonnée 8 a pour abscisse 3 : la famille a parcouru 8 km en 3 heures.
   e. Entre la 4^e et la 5^e heure la distance parcourue n'a pas augmenté : ceci signifie que la famille s'est arrêtée.
3. Un randonneur expérimenté parcourt $7 \times 4 = 28$ km en 7 heures. La famille n'en a fait que 20 : elle n'est pas expérimentée.

Exercice 2 : Antilles – Guyane – 27 Juin 2019	**… points**

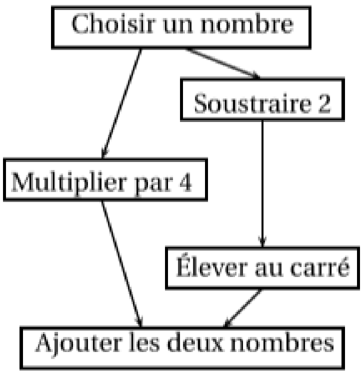
Voici deux programmes de calcul :

1. a. Montrer que si le nombre choisi est 4, le résultat est 20.

   b. Quel est le résultat quand on applique ce programme de calcul au nombre -3 ?

2. Zoé pense qu'un nombre de départ étant choisi, le résultat est égal à la somme de ce nombre et de son carré.

PROGRAMME A



PROGRAMME B

- Choisir un nombre
- Calculer son carré
- Ajouter 6 au résultat.

1. a. Montrer que, si l'on choisit le nombre 5, le résultat du programme A est 29.

   b. Quel est le résultat du programme B si on choisit le nombre 5 ?

2. Si on nomme x le nombre choisi, expliquer pourquoi le résultat du programme A peut s'écrire $x^2 + 4$.

3. Quel est le résultat du programme B si l'on nomme x le nombre choisi ?

4. Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Justifier les réponses et écrire les étapes des éventuels calculs :

   a. « Si l'on choisit le nombre $\frac{2}{3}$, le résultat du programme B est $\frac{58}{9}$. »

   b. « Si l'on choisit un nombre entier, le résultat du programme B est un nombre entier impair. »

   c. « Le résultat du programme B est toujours un nombre positif. »

   d. « Pour un même nombre entier choisi, les résultats des programmes A et B sont ou bien tous les deux des entiers pairs, ou bien tous les deux des entiers impairs. »

Correction :

1. a. En partant de 5, on obtient à gauche $5 \times 4 = 20$ et à droite $5 - 2 = 3$, puis $3^2 = 9$ et finalement la somme $20 + 9 = 29$.

   b. On obtient $5 \rightarrow 5^2 = 25 \rightarrow 25 + 6 = 31$.

2. À partir de x le programme A donne :
   $x \rightarrow 4x$ à gauche $x - 2)$ puis $(x-2)^2$ et en faisant la somme :
   $4x + (x-2)^2 = 4x + x^2 + 4 - 4x = x^2 + 4$.

3. Le programme B donne à partir de x :
   $x \rightarrow x^2 \rightarrow x^2 + 6$.

4. a. $\frac{2}{3} \rightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^2 + 6 = \frac{4}{9} + 6 = \frac{4}{9} + \frac{54}{9} = \frac{58}{9}$: l'affirmation est vraie.

   b. Si x est pair, alors x^2 est pair et $x^2 + 6$ est pair : l'affirmation est fausse.

c. Quel que soit le nombre x, $x^2+6 \geqslant 6 > 0$: l'affirmation est vraie

d. • si x est pair, alors x^2 et x^2+4 sont pairs et x^2+6 est pair;

• si x est impair, alors x^2 est impair et x^2+4 est impair et x^2+6 est impair : l'affirmation est vraie.

Exercice 3 : Amérique du Nord – 4 juin 2019	**… points**

Dans une classe de Terminale, huit élèves passent un concours d'entrée dans une école d'enseignement supérieur.

Pour être admis, il faut obtenir une note supérieure ou égale à 10.

Une note est attribuée avec une précision d'un demi-point (par exemple : 10; 10,5; 11; ...) On dispose des informations suivantes :

Information 1
Notes attribuées aux 8 élèves de la classe qui ont passé le concours :
10; 13; 15; 14,5; 6; 7,5; ♦; ●

Information 2	
La série constituée des huit notes : — a pour étendue 9; — a pour moyenne 11,5; — a pour médiane 12.	75 % des élèves de la classe qui ont passé le concours ont été reçus.

1. Expliquer pourquoi il est impossible que l'une des deux notes désignées par ♦ ou ● soit 16.
2. Est-il possible que les deux notes désignées par ♦ et ● soient 12,5 et 13,5?

Correction :

1. Si l'une des notes inconnues était 16, l'étendue serait au moins égale à $16-6=10$; or celle-ci est égale à 9. Il est donc impossible que l'une des deux notes inconnues soit égale à 16.
2. Si les deux notes inconnues sont 12,5 et 13,5, alors

   – l'étendue est égale à $15-6=9$;

   – la moyenne serait égale à $\dfrac{10+13+15+14,5+6+7,5+12,5+13,5}{8}=\dfrac{92}{8}=11,5$;

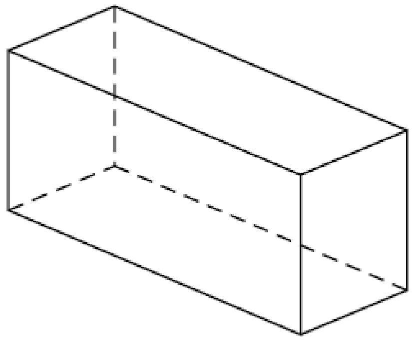
   – il y aurait 6 élèves sur 8 ayant une note supérieure ou égale à 10, donc une proportion de $\dfrac{6}{8}=\dfrac{3}{4}=\dfrac{3\times 25}{4\times 25}=\dfrac{75}{100}=75\,\%$ de candidat reçus;

   – La liste des notes serait donc :

   6; 7,5; 10; 12,5; 13; 13,5; 14,5; 15 la médiane serait supérieure à 12,5 : ce n'est pas possible.

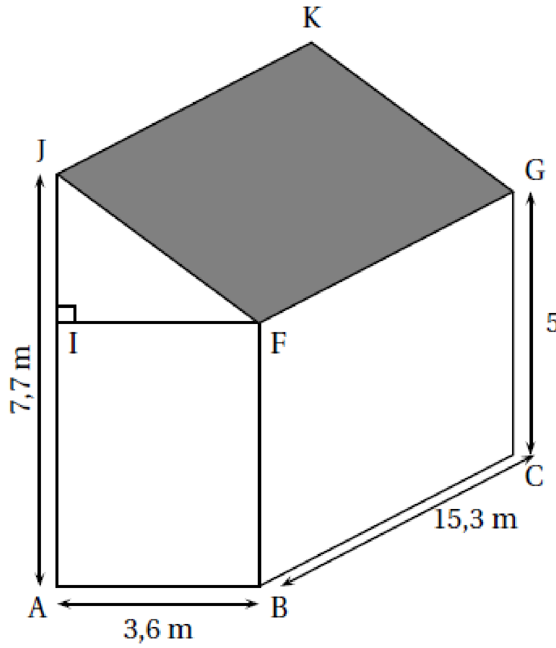
Exercice 4 : Métropole – Antilles – Guyane – 26 juin 2014 **… points**

Un agriculteur produit des bottes de paille parallélépipédiques.
Information 1 : Dimensions des bottes de paille : 90 cm × 45 cm × 35 cm.



Information 2 : Le prix de la paille est de 40 € par tonne.
Information 3 : 1 m^3 de paille a une masse de 90 kg.

1. Justifier que le prix d'une botte de paille est 0,51 € (arrondi au centime).
2. Marc veut refaire l'isolation de la toiture d'un bâtiment avec des bottes de paille parallélépipédiques.
   Le bâtiment est un prisme droit dont les dimensions sont données sur le schéma ci-dessous.



Il disposera les bottes de paille sur la surface correspondant à la zone grisée, pour créer une isolation de 35 cm d'épaisseur.
Pour calculer le nombre de bottes de paille qu'il doit commander, il considère que les bottes sont disposées les unes contre les autres. Il ne tient pas compte de l'épaisseur des planches entre lesquelles il insère les bottes.

a. Combien de bottes devra-t-il commander ?

b. Quel est le coût de la paille nécessaire pour isoler le toit ?

Correction :

1. Volume d'une botte de paille : $0,9 \times 0,45 \times 0,35 = 0,14175\text{m}^3$
   Poids d'une botte de paille : $0,14175 \times 90 = 12,7575$ kg
   Prix d'une botte de paille : $12,7575 \times 10^{-3} \times 40 \approx 0,51€$

2. **a.** Dans le triangle IJF rectangle en I on a :
   $IJ = 7,7 - 5 = 2,7$ m et $IF = 3,6$ m
   On applique le théorème de Pythagore :

$$\begin{aligned} JF^2 &= IJ^2 + IF^2 \\ &= 2,7^2 + 3,6^2 \\ &= 20,24 \end{aligned}$$

$$JF = 4,5$$

La surface du toit est de $4,5 \times 15,3 = 68,85\ \text{m}^2$.

La surface au sol d'une botte de paille d'épaisseur 35 cm est : $0,9 \times 0,45 = 0,405\ \text{m}^2$

$\dfrac{68,85}{0,405} = 170.$

On a donc besoin de 170 bottes.

b. Le prix à payer sera, en reprenant un coût unitaire de $0,51€$, de $0,51 \times 170 = 86,70€$.