

Correction Brevet Blanc – Mai 2023

Exercice 1 :

1. La figure 2 est l'image de la figure 1 par la translation qui transforme le point A en A'. **Réponse A.**

2. Graphiquement, on observe que la droite passe par le point vérifiant $g(1) = 2$. Ainsi, 1 est l'antécédent de 2 par la fonction g. **Réponse B.**

3. On calcule : $f(3) = 3 \times 3^2 - 7 = 3 \times 9 - 7 = 27 - 7 = 20$. **Réponse B.**

4. On commence par classer les valeurs de la série dans l'ordre croissant :

3,41 ; 3,7 ; 4,01 ; 4,28 ; 4,3 ; 4,62 ; 4,91 ; 5,15 ; 5,25 ; 5,42 ; 5,82 ; 6,07 ; 6,11.

Comme la série est composée de 13 valeurs, la valeur médiane est la 7^e valeur de la série, soit 4,91 m. **Réponse B.**

Exercice 2 :

1.

a) Comme les nombres 9 et 21 ne sont pas des nombres premiers, cela élimine les propositions 1 et 2 qui ne sont donc pas les décompositions cherchées.

La décomposition en produit de facteurs premiers de 252 est donc obtenue avec la proposition 3 : $2^2 \times 3^2 \times 7$.

b) On calcule la décomposition : $126 = 2 \times 78 = 2 \times 2 \times 39 = 2^2 \times 3 \times 13$.

La décomposition en produit de facteurs premiers du nombre 156 est donc $2^2 \times 3 \times 13$.

2.

a) Le nombre 156 n'est pas divisible par 36 car $156 \div 36 \approx 4,33$.

Elle ne peut donc pas réaliser 36 paquets avec ses cartes.

b) La décomposition en produit de facteurs premiers du nombre 252 est : $2^2 \times 3^2 \times 7$ et celle du nombre 156 est : $2^2 \times 3 \times 13$.

Ces deux nombres ont donc $2^2 \times 3$ en commun dans leurs décompositions en produit de facteurs premiers. Comme $2^2 \times 3 = 12$, le plus grand diviseur commun aux nombres 252 et 156 est donc 12.

La collectionneuse peut donc réaliser 12 paquets au maximum.

c) On calcule le nombre de cartes par paquet : $252 \div 12 = 21$ et $156 \div 12 = 13$.

Dans chaque paquet, il y aura donc 21 cartes Pokémon de type « feu » et 13 cartes Pokémon de type « terre ».

3. Au total, cette collectionneuse possède 408 cartes Pokémon ($252 + 156 = 408$).

La probabilité qu'elle tire une carte de type « terre » dans son paquet est donc égale à $\frac{156}{408}$ qui se simplifie par 12 et donne $\frac{13}{34}$ ou encore environ 0,38 en nombre décimal soit 38 %.

Exercice 3 :

1. L'aire du carré est donnée par la formule : $A = c \times c$.

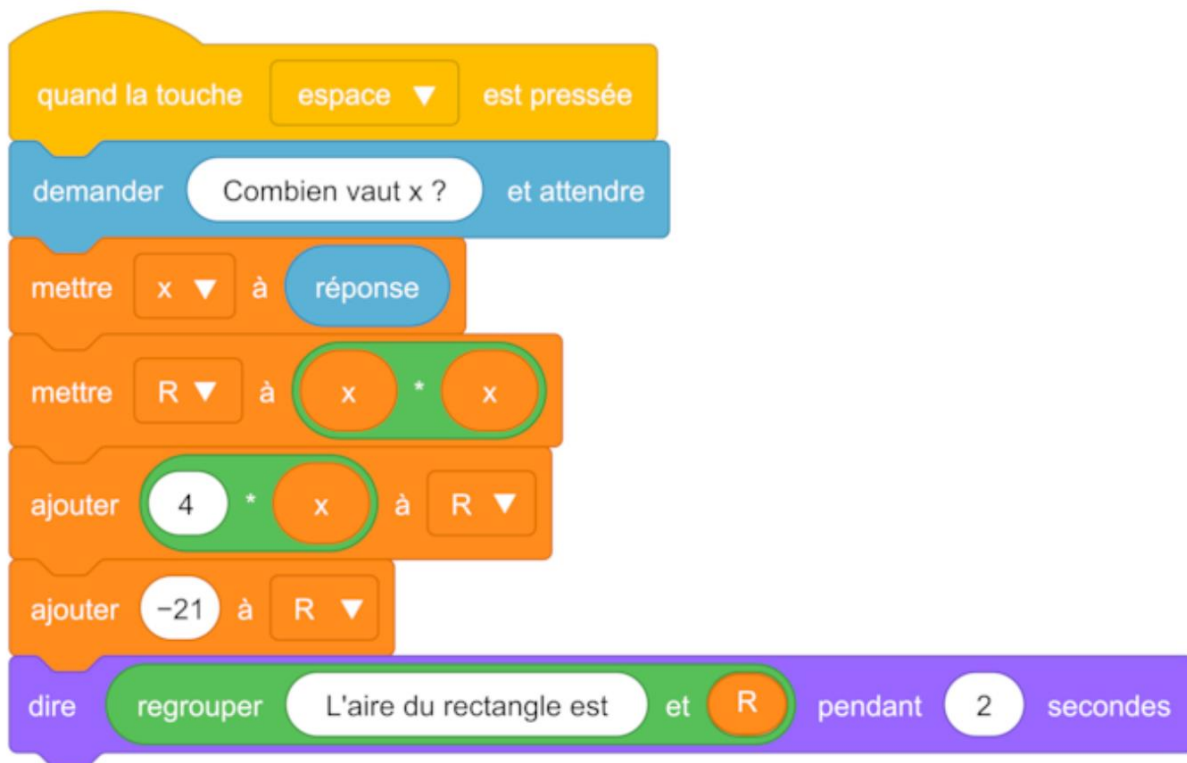
Dans ce carré, le côté est x, donc son aire est : $A = x \times x = x^2$.

2. L'aire du rectangle est donnée par la formule : $A = L \times l$.

Dans ce rectangle, la longueur est $x + 7$ et la largeur est $x - 3$, donc son aire est :

$$A = (x + 7) \times (x - 3) = x \times x - x \times 3 + 7 \times x - 7 \times 3 = x^2 - 3x + 7x - 21 = x^2 + 4x - 21.$$

3. Si on complète les lignes 5, 6 et 7 du programme Scratch, on obtient le programme ci-dessous :



4. On a choisi le nombre 8 et on applique le programme de calcul :

- $8^2 = 64$
- $64 + 4 \times 8 = 64 + 32 = 96$
- $96 + (-21) = 75$.

On obtient alors la valeur 75 pour ce programme de calcul avec 8.

5. On cherche la valeur de x pour que l'aire du carré et celle du rectangle soient égales, c'est-à-dire pour que : $x^2 = x^2 + 4x - 21$.
On cherche donc à résoudre l'équation du premier degré : $4x - 21 = 0$ soit $4x = 21$ et donc on obtient : $x = \frac{21}{4} = 5,25$.

Pour que les deux aires soient égales, il faut donc choisir $x = 5,25$.

Exercice 4 :

1. a. On obtient successivement les nombres suivants :

$$2 \rightarrow 4 \rightarrow 16 \rightarrow 12$$

Si on choisit 2 comme nombre de départ, vérifier qu'on obtient 12 comme résultat.

b. On obtient successivement les nombres suivants :

$$-8 \rightarrow -6 \rightarrow 36 \rightarrow -28$$

Si on choisit -8 comme nombre de départ, vérifier qu'on obtient -28 comme résultat.

2. On a saisi $B4 - B2 * B2$.

3. a. Si on choisit x comme nombre de départ on obtient successivement les nombres suivants :

$$x \rightarrow x + 2 \rightarrow (x + 2)^2 \rightarrow (x + 2)^2 - x^2$$

Le résultat final est $(x + 2)^2 - x^2$

b. On a

$$\begin{aligned}
 (x + 2)^2 - x^2 &= x^2 + 2 \times 2 \times x + 2^2 - x^2 \quad (\text{identité remarquable}) \\
 &= x^2 + 4x + 4 - x^2 \\
 &= 4x + 4
 \end{aligned}$$

4. Le résultat final est $4(x + 1)$ qui est un multiple de 4.

Le résultat du programme est bien toujours un multiple de 4.

Exercice 5 :

1. Dans le triangle BDC rectangle en B, d'après le théorème de Pythagore, on a : $CD^2 = BC^2 + BD^2$.

On a donc : $BD^2 = CD^2 - BC^2 = 8,5^2 - 7,5^2 = 72,25 - 56,25 = 16$ car $CD = 8,5$ cm et $BC = 7,5$ cm.

On en déduit $BD = \sqrt{16} = 4$ cm.

La longueur BD est égale à 4 cm.

2. Deux triangles sont semblables si les longueurs des côtés de l'un sont proportionnelles aux longueurs des côtés de l'autre.

Montrons donc que les longueurs des côtés du triangle BFE sont proportionnelles aux longueurs des côtés du triangle CBD.

On remarque que :

- $\frac{FE}{BD} = \frac{3,2}{4} = 0,8$;
- $\frac{FB}{BC} = \frac{6}{7,5} = 0,8$;
- $\frac{BE}{CD} = \frac{6,8}{8,5} = 0,8$.

Les longueurs des côtés du triangle BFE sont proportionnelles aux longueurs des côtés du triangle CBD, donc les triangles CBD et BFE sont semblables.

3. Les triangles CBD et BFE sont semblables et les angles de triangles semblables sont 2 à 2 égaux.

Le triangle BDC est rectangle en B, donc l'angle $\widehat{CBD}$ est un angle droit.

On en déduit que l'angle $\widehat{BFE}$ est aussi un angle droit, donc que Sophie a raison.

4. Calculons la mesure de l'angle $\widehat{BCD}$, pour ensuite obtenir la mesure de l'angle $\widehat{ACD}$.

Dans le triangle BDC rectangle en B, on a :

$$\cos(\widehat{BCD}) = \frac{CB}{CD}.$$

On a $CB = 7,5$ cm et $CD = 8,5$ cm, donc :

$$\cos(\widehat{BCD}) = \frac{7,5}{8,5} \text{ puis, à la calculatrice,}$$

$$\widehat{BCD} = \cos^{-1}\left(\frac{7,5}{8,5}\right) \approx 28,1^\circ \text{ au dixième de degré près.}$$

Finalement, $\widehat{ACD} = \widehat{ACB} + \widehat{BCD} \approx 61^\circ + 28,1^\circ \approx 89,1^\circ$ au dixième de degré près.

L'angle $\widehat{ACD}$ n'est donc pas un angle droit et Max a tort.

Exercice 6 :

1. a. On a besoin de 8 planches mesurant 1, 20 m.

On peut obtenir 2 planches mesurant 1, 20 m à partir d'une planche mesurant 2, 50 m en la coupant en deux.

Il faut donc acheter 4 planches.

b. On utilise 4 équerres et 8 vis par équerre. On a donc besoin de $4 \times 8 = 32$ vis. Un seul lot de vis se donc nécessaire.

Il faut acheter ainsi 4 planches, 4 équerres et un lot de vis.

Le budget à prévoir est donc égal à :

$$\begin{aligned} B &= 4 \times 5,60 + 4 \times 2,90 + 5,70 \\ &= 39,70 \end{aligned}$$

Hors coût de la terre, ce projet revient à 39, 70 €.

2. Le volume de terre nécessaire est égal à :

$$\begin{aligned} V &= 1,18^2 \times \frac{2}{3} \times 0,30 \\ &= 0,27848 \text{ m}^3 \\ &= 278,48 \text{ L} \end{aligned}$$

Sept sacs de terre ont un volume égale à $7 \times 40 = 280$ L.

Les sept sacs seront donc suffisants.

Exercice 7 :

1. On calcule le nombre de secondes dans une journée : $24 \times 60 \times 60 = 86\,400$ secondes, car il y a 24 heures et 60 secondes par minute.

Comme il s'écoule une goutte du robinet par seconde, on en conclut qu'il tombe 86 400 gouttes dans la vasque en une journée.

2. Comme dans la semaine il y a 7 jours, on calcule : $86\,400 \times 7 = 604\,800$, donc il y a 604 800 gouttes qui sont tombées dans la vasque en une semaine.

Comme 20 gouttes représentent environ 1 mL d'eau, on utilise la proportionnalité : $604\,800 \div 20 = 30\,240$. Ainsi, le volume d'eau tombé dans la vasque en une semaine est égal à 30 240 mL, soit 30,24 L d'eau.

3. Le volume du cylindre est donné par la formule : $V = \pi \times r^2 \times h$.

Ainsi, le volume de la vasque est obtenu avec le calcul :

$$V = \pi \times \left(\frac{40}{2}\right)^2 \times 15 = 6\,000\pi \approx 18\,850 \text{ cm}^3.$$

Ainsi, le volume de la vasque est d'environ $18\,850 \text{ cm}^3$ soit 18,85 L.

4. On sait, d'après la question 2, que le volume d'eau qui tombe dans la vasque pendant la semaine est de 30,24 L. D'après la question 3, on sait que la vasque a un volume de 18,85 L environ.

Comme $30,24 > 18,85$, l'eau va donc déborder de la vasque.

5. En 2004, les foyers consommaient 165 L et en 2018, ils consommaient 148 L.

Entre 2004 et 2018, il y a donc une baisse de 17 L dans la consommation moyenne d'eau par foyer.

On utilise, par exemple, le tableau de proportionnalité :

Consommation d'eau en 2004	165 L	100 %
Baisse de la consommation d'eau entre 2004 et 2018	17 L	x

On utilise le produit en croix : $x = 17 \times 100 \div 165 \approx 10\%$

La consommation d'eau d'un habitant en France a donc baissé d'environ 10 % entre 2004 et 2018.