Exercice 1 :

1. Réponse A, en effet :

   En réduisant l'expression littérale de l'énoncé, on obtient :

   $-2x + 4 - 6x + 2 = -8x + 6$

   En développant la réponse A, on obtient :

   $$\begin{aligned} 2(-4x+3) &= 2 \times -4x + 2 \times 3 \\ &= -8x + 6 \end{aligned}$$

2. Réponse B, en effet :

   $$\begin{aligned} 5 - 2 \times (-3{,}4 + 4{,}8) &= 5 - 2 \times (1{,}4) \\ &= 5 - 2{,}8 \\ &= 2{,}2 \end{aligned}$$

3. Réponse B, en effet :

   Si $x = -1$ alors

   $$\begin{aligned} x^2 - 5x + 1 &= (-1)^2 - 5 \times (-1) + 1 \\ &= 1 + 5 + 1 \\ &= 7 \end{aligned}$$

4. Réponse C, en effet :

   $$\begin{aligned} &2x - 10)(-3x + 4) \\ &= 2x \times -3x + 2x \times 4 - 10 \times -3x - 10 \times 4 \\ &= -6x^2 + 8x + 30x - 40 \\ &= -6x^2 + 38x - 40 \end{aligned}$$

5. Réponse A, en effet :

   $$\begin{aligned} &\frac{-2}{3} \times \frac{9}{-25} \times \frac{-35}{6} \\ &= \frac{-1 \times 2}{3} \times \frac{3 \times 3}{-1 \times 5 \times 5} \times \frac{-1 \times 7 \times 5}{2 \times 3} \\ &= \frac{-\cancel{1} \times \cancel{2}}{\cancel{3}} \times \frac{\cancel{3} \times \cancel{3}}{-\cancel{1} \times 5 \times \cancel{5}} \times \frac{-1 \times 7 \times \cancel{5}}{\cancel{2} \times \cancel{3}} \\ &= \frac{-1 \times 7}{5} \\ &= \frac{-7}{5} \end{aligned}$$

6. Réponse B, en effet :

   ÷ 5 120 € → 100 % ÷ 5

   24 € → 20 %

   La réduction est de 24 € (attention, il ne s'agit pas du prix final).

   On obtient :

   Prix final = prix initial – réduction

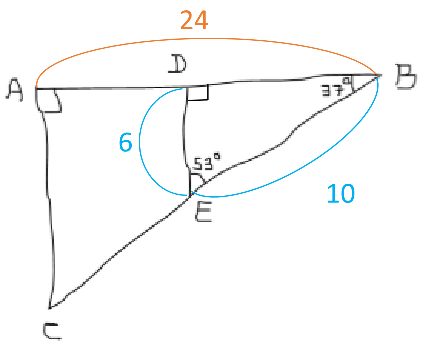
   = 120 € – 24 €

   = 96 €

Exercice 2 :

1. Dans un triangle, la somme des mesures des angles vaut 180°, donc :
   $\widehat{DEB} + \widehat{EBD} + \widehat{BDE} = 180°$
   $53° + 37° + \widehat{BDE} = 180°$
   $90° + \widehat{BDE} = 180°$
   On en déduit que :
   $\widehat{BDE} = 180° - 90° = 90°$
   Donc le triangle **BDE** est rectangle en **D**.

2. En reportant les données de l'énoncé et le résultat de la question 1 sur la figure, on obtient :



Le triangle BDE est rectangle en D.
D'après le théorème de Pythagore, on a :
$DB^2 + DE^2 = BE^2$
$DB^2 + 6^2 = 10^2$
$DB^2 + 36 = 100$
$DB^2 = 100 - 36$
$DB^2 = 64$
$DB = \sqrt{64}$
DB = 8 cm.

3. Les triangles ACB et DBE sont semblables
   (ils ont deux couples d'angles égaux : $\widehat{CAD} = \widehat{EDB} = 90°$ et $\widehat{ABE} = \widehat{DBE} = 37°$)

   On en déduit que les longueurs des triangles ACB et DBE sont proportionnelles

   On a :

$$\frac{BD}{AB} = \frac{BE}{BC} = \frac{DE}{AC}$$

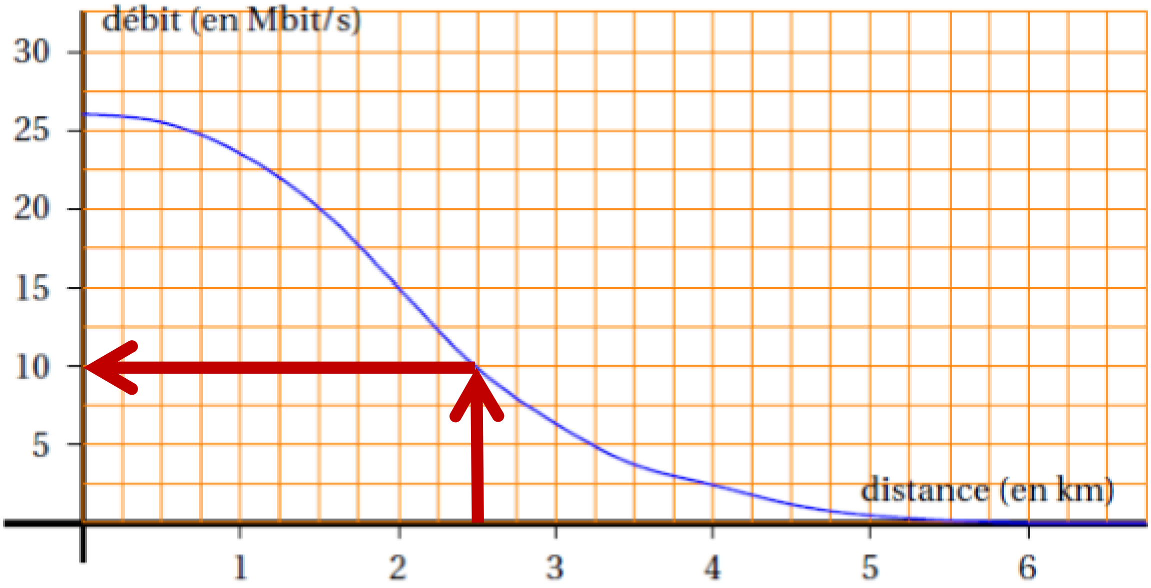
$$\frac{8}{24} = \frac{10}{BC} = \frac{6}{AC}$$

$$\frac{8}{24} = \frac{6}{AC}$$

   D'après l'égalité des produits en croix, on obtient :
   $AC = \frac{6 \times 24}{8} = 18$ cm.

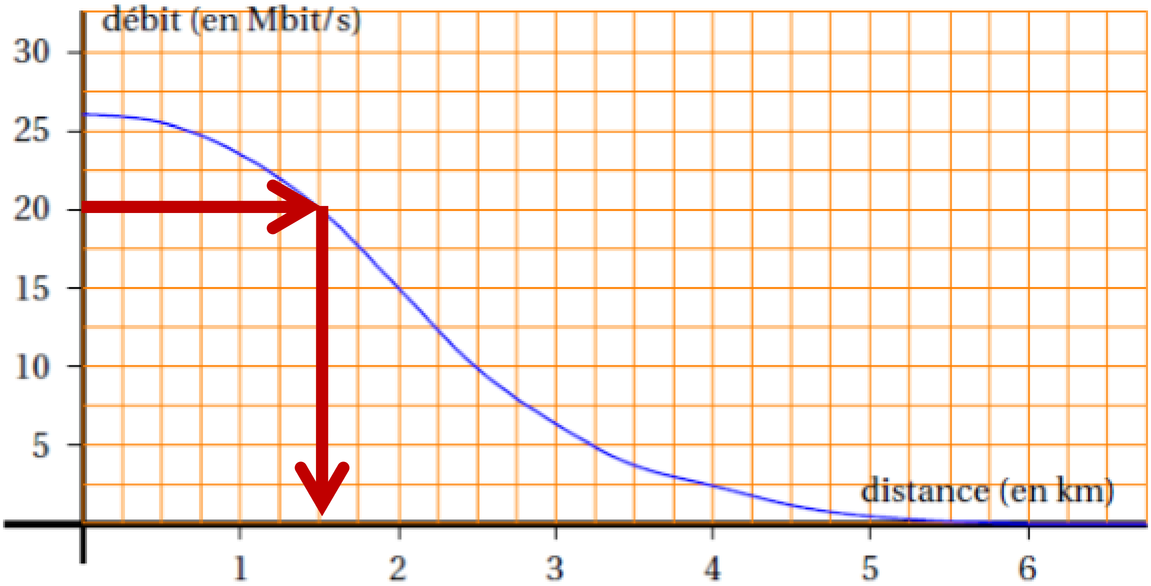
Exercice 3 :

1.



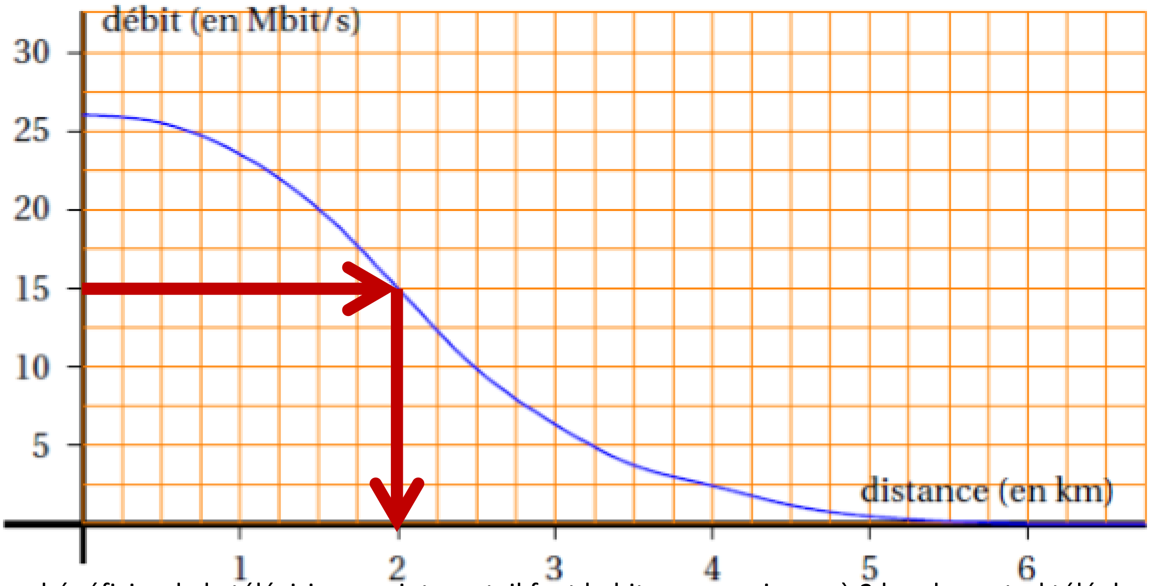
Marie aura une connexion de 10 Mbits/s

2.



Paul habite à 1,5 km du central téléphonique.

3.



Pour bénéficier de la télévision par internet, il faut habiter au maximum à 2 km du central téléphonique.

Exercice 4 :

1. Réponse b)

2. $1 - \frac{2}{3} - \frac{1}{5}$
$= \frac{15}{15} - \frac{10}{15} - \frac{3}{15}$

$= \frac{2}{15}$

3. Nombres d'élèves × $\frac{2}{15}$ = 16
Pour trouver le nombre qui multiplié par $\frac{2}{15}$ donne 16, on divise 16 par $\frac{2}{15}$.
16 ÷ $\frac{2}{15}$.
Diviser par un nombre reviens à multiplier par son inverse, on en déduit que :
16 ÷ $\frac{2}{15}$ = 16 × $\frac{15}{2}$
= $\frac{16}{1} \times \frac{15}{2}$
= $\frac{240}{2}$
$= 120.$

4. A) il y a 120 élèves en troisième.
$\frac{1}{5}$ de 120 élèves = $\frac{120}{5}$ = 24.
24 élèves de troisièmes veulent aller en cycle court.

B) Il y a 120 élèves en troisième.
$\frac{1}{3}$ de 120 élèves = $\frac{120}{3}$ = 40.
$\frac{2}{3}$ de 120 élèves = 2 × ($\frac{1}{3}$ de 120 élèves) = 40 × 2 = 80.

80 élèves de troisièmes veulent poursuivre leurs études.

Exercice 5 :

1.

Programme 1	a)	b)	**Programme 2**	a)	b)
Choisis un nombre	2	-3	Choisis un nombre	2	-3
Ajoute 6 à ce nombre	8	3	Soustrais 3 à ce nombre	-1	-6
Multiplie le résultat par -2	-16	-6	Multiplie le résultat par 4	-4	-24
Ajoute le quadruple du nombre choisi au départ	-8	-18	Soustrais le double du nombre choisi au départ	-8	-18

2. On semble constater que si on applique les deux programmes de calcul à un même nombre, on obtient le même nombre de fin.

3. a.

Programme 1	a)
Choisis un nombre	x
Ajoute 6 à ce nombre	$x + 6$
Multiplie le résultat par -2	$(x + 6) \times -2$
Ajoute le quadruple du nombre choisi au départ	A = $(x + 6) \times -2 + 4\,x$

3. b.

Programme 2	b)
Choisis un nombre	x
Soustrais 3 à ce nombre	$x - 3$
Multiplie le résultat par 4	$(x-3) \times 4$
Soustrais le double du nombre choisi au départ	B = $(x-3) \times 4 - 2x$

4. En développant puis réduisant l'expression A, on obtient :
$(x+6) \times -2 + 4\,x$
= $x \times -2 + 6 \times -2 + 4\,x$
= $-2x - 12 + 4\,x$
= $2x - 12$

En développant puis réduisant l'expression B, on obtient :
$(x-3) \times 4 - 2x$
= $x \times 4 - 3 \times 4 - 2\,x$
= $4x - 12 - 2\,x$
= $2x - 12$

On constate donc que A = B.

Exercice 6 :

1. Périmètre ABC = AB + BC + AC
   154 = AB + 56 + 65
   On en déduit que AC = 154 – 56 – 65 = 33.

   Périmètre ACD = AC + DC + AD
   144 = 65 + DC + 16
   On en déduit que DC = 144 – 65 – 16 = 63.

2. Dans le triangle ADC,
   [AC] est le plus grand côté.

   $AC^2 = 65^2 = 4225$
   $AD^2 + DC^2 = 16^2 + 63^2 = 256 + 3969 = 4225$

   Comme $AC^2 = AD^2 + DC^2$, d'après la réciproque du théorème de Pythagore,
   le triangle ADC est rectangle en D.

3. Pour calculer l'aire ABC, on commence pas calculer les aires de chacun des triangles ABC et ADC :
   Aire ABC = $\frac{AB \times BC}{2} = \frac{33 \times 56}{2} = \frac{1848}{2}$ = 924 cm² (indication : ABC est un demi rectangle)

   Aire ADC = $\frac{AD \times DC}{2} = \frac{16 \times 63}{2} = \frac{1008}{2}$ = 504 cm² (indication : ADC est un demi rectangle)

   Aire ABCD = Aire ABC + Aire ADC
   = 924 + 504
   = 1428 cm²

4. Pour calculer la longueur à clôturer, il faut calculer le périmètre du quadrilatère ABCD (on ne compte pas AC qui ne sera pas grillagé)

   Périmètre ABCD = AB + BC + CD + DA
   = 33 + 56 + 63 + 16
   = 168 m.

$$\begin{tikzcd} 1\text{ m} \arrow[r] \arrow[d, bend right, "\times 168"'] & 0{,}75\text{ €} \arrow[d, bend left, "\times 168"] \\ 168\text{ m} \arrow[r] & 126\text{ €} \end{tikzcd}$$

   On en déduit qu'il va payer 168€ de grillage pour clôturer son champ.

Exercice 7 :

1. 550 000 km² × 6 = 3 300 000 km²

2. 3 300 000 → 100 %
   330 000 → 10 %

   Dans un an la surface de cette poubelle géante sera de 3 300 000 + 330 000 = 3 630 000 km²

3. Au bout de 2 ans :
   3 630 000 → 100 %
   363 000 → 10 %
4.
   Au bout de deux ans, la surface de cette poubelle géante sera de 3 993 000

   Au bout de 3 ans :
   3 993 000 → 100 %
   399 300 → 10 %
5.
   Au bout de trois ans, la surface de cette poubelle géante sera de 4 392 300

   Au bout de 4 ans :
   4 392 300 → 100 %
   439 230 → 10 %

   Au bout de quatre ans, la surface de cette poubelle géante sera de 4 831 530

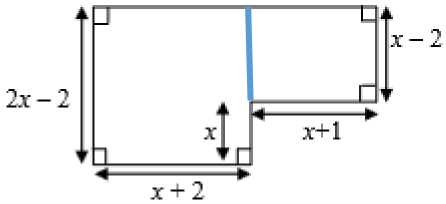
   On constate qu'au bout de 4 ans, la superficie n'aura pas doublé (2 × 3 300 000 = 6 600 000)

Exercice 8 :

1. $(2x-2)+(x+2)+(x)+(x+1)+(x-2)+(x+1+x+2)$
   $= 2\,x-2+x+2+x+x+1+x-2+x+1+x+2$
   $= 8\,x+2$

2. Si $x = 10\ cm$, on obtient : 8 × 10 + 2 = 82 cm.

3. a. Pour calculer l'aire de la figure, on la décompose en deux rectangles :



Aire rectangle de gauche = $(x+2)\times(2x-2)$
$= x\times 2x + x\times -2 + 2\times 2x + 2\times\ -2$
$= 2x^2-2x+4x-4$
$= 2x^2+2x-4$

Aire rectangle de droite = $(x+1)\times(x-2)$
$= x\times x + x\times -2 + 1\times x + 1\times\ -2$
$= x^2-2x+x-2$
$= x^2-x-2$

b. Aire de la figure pour x = 10 :
x^2-x-2 = 10^2-10 – 2
$= 100 - 10 - 2$
$= 88\ cm^2$