

## STATISTIQUES

### Exercice 1 : Diagramme circulaire

On donne la répartition du nombre d'abonnés au téléphone mobile en France au 30.09.2013.	Bouygue télécom	SFR	Orange	Free	Total
Effectifs en millions	11,094	17,4	27,2	7,435	= 11,094 + 17,4 + 27,2 + 7,435 = 63,129
Fréquence en %	17,55	27,56	43,09	11,78	100
Angle correspondant	63,26	99,25	155,11	42,40	360

1. Compléter le tableau ci-dessus.
2. Construire ci-dessous, le diagramme circulaire traduisant la répartition des abonnés en précisant bien pour chaque secteur : L'opérateur, le pourcentage et l'angle.

### Calcul de fréquences en % :

Pour calculer la **fréquence**, on utilise la définition de la fréquence :

$$\text{Fréquence} = \frac{\text{effectif}}{\text{effectif total}}$$

Ici, il n'est pas demandé la fréquence mais la **fréquence en %**.

**Pour obtenir la fréquence en 100%, il faut multiplier la fréquence par 100.**

### Exemple :

Pour calculer la fréquence en % de l'opérateur Bouygue télécom, on commence par calculer la fréquence :

$$\text{Fréquence Bouygue télécom} = \frac{\text{effectif}}{\text{effectif total}} = \frac{11,094}{63,129} \approx 0,1755 .$$

Pour obtenir la fréquence en %, il suffit de multiplier ce résultat par 100 :

$$\begin{aligned} \text{Fréquence en \%} &= \text{Fréquence} \times 100 \\ &= 0,1755 \times 100 \\ &= 17,55 \end{aligned}$$

### Calcul d'angle :

Pour calculer les angles,

1. on commence par mettre 360 dans angle total
2. On effectue un produit en croix pour déterminer les valeurs manquantes du tableau.

### Exemple :

Pour calculer l'angle correspondant à l'opérateur Bouygues télécom, on effectue le produit en croix dans le tableau suivant (on a gardé uniquement les valeurs qui nous intéressaient) :

11,094	63,129
	360

$$\text{Angle correspondant à Bouygue télécom} = \frac{11,094 \times 360}{63,129} \approx 63,26$$

## **Exercice 2 :** Moyenne, médiane et quartiles.

Les gendarmes ont effectué un contrôle de vitesse sur le bord d'une route nationale.

Vitesse	[50;70[	[70;90[	[90;110[	[110;130[	Total
Effectif	25	80	25	15	<b>145</b>
Effectifs cumulés croissants	<b>25</b>	<b>105</b>	<b>130</b>	<b>145</b>	<b>145</b>

1. Compléter le tableau ci-dessus.
2. Calculer la vitesse moyenne des automobilistes contrôlés.
3. Calculer la classe médiane en expliquant la méthode utilisée.
4. Calculer la classe du premier quartile et du troisième quartile.

### **Correction :**

#### 1. **CALCUL DE MOYENNE :**

Pour calculer une moyenne avec des classes, on prend le centre de la classe.

On obtient :

$$\text{Moyenne des vitesses} = \frac{60 \times 25 + 80 \times 80 + 100 \times 25 + 120 \times 15}{145}$$
$$\approx 84,14$$

**Attention à bien penser à multiplier les données par les effectifs !**

#### 2. **CALCUL DE MEDIANE :**

La médiane coupe la série statistique en deux séries de même effectif.

Comme la série a un effectif total de 145, la médiane est la 78ème valeur.

En effet, on aura le découpage suivant :

$$77 \text{ valeurs} - \text{valeur médiane} - 77 \text{ valeurs.}$$

La classe médiane est [70;90[

#### 3. **CALCUL DU PREMIER QUARTILE :**

Le premier quartile est la première valeur de la série statistique telle qu'au moins un quart des données de la série statistique soient inférieures à cette valeur :

$$\text{Effectif total} \times \frac{1}{4} = 145 \times \frac{1}{4} = 36,25.$$

En en déduit que le premier quartile est la 37ème valeur et correspond donc à la classe : [70 ; 90[

#### **CALCUL DU TROISIEME QUARTILE :**

Le troisième quartile est la première valeur de la série statistique telle qu'au moins trois quart des données de la série statistique soient inférieures à cette valeur :

$$\text{Effectif total} \times \frac{3}{4} = 145 \times \frac{3}{4} = 108,75.$$

En en déduit que le premier quartile est la 109ème valeur et correspond donc à la classe : [90 ; 110[

### Exercice 3 :

1. Un article coûte 250 euros. Le vendeur vous consent une baisse de 15%  
Calculer le nouveau prix (on précisera le montant de la réduction en euros).
2. Un article coûte 300 euros. Le vendeur augmente le prix de 20% puis le rebaisse de 20%.  
Quel est le prix final de l'article ?
3. Un article coûte 500 euros. Le vendeur augmente le prix de 30% puis encore de 30%
  - a) Calculer le prix final de l'article.
  - b) Calculer le pourcentage d'augmentation correspondant.

#### 1. CALCUL DE POURCENTAGES

250 correspond à la totalité du prix de l'article donc à 100%.

On peut le schématiser comme ci-dessous :

$$\begin{array}{l} \div 10 \left\{ \begin{array}{l} 250 \text{ €} \rightarrow 100 \% \\ 25 \text{ €} \rightarrow 10 \% \end{array} \right. \div 10 \\ \div 2 \left\{ \begin{array}{l} 12,5 \text{ €} \rightarrow 5 \% \end{array} \right. \div 2 \end{array}$$

On en déduit qu'une remise de 15 % revient à une remise de 25 € + 12,5 €,  
Soit un total de 37,5 €.

$$\begin{aligned} \text{Prix final} &= \text{Prix initial} - \text{Remise} \\ &= 250 - 37,5 \text{ €} \\ &= 212,5 \text{ €} \end{aligned}$$

On aurait pu aussi multiplier directement le prix initial par 0,85 pour obtenir le prix remisé :  
 $250 \times 0,85 = 212,5 \text{ €}$ .

#### 2. **Attention à cette question, à laquelle il ne faut pas répondre trop attivement !**

$$\begin{aligned} \text{Prix de l'article après augmentation de 20\%} &= 300 \text{ €} \times 1,20 \\ &= 360 \text{ €}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Prix de l'article après baisse de 20\%} &= 360 \text{ €} \times 0,80 \\ &= 288 \text{ €} \end{aligned}$$

**Il faut bien faire attention de prendre le prix intermédiaire ici et pas le prix initial**

#### 3. **Attention comme pour la question précédente, il ne faut pas répondre trop attivement !**

$$\begin{aligned} \text{a) Prix de l'article après augmentation de 30\%} &= 500 \text{ €} \times 1,30 \\ &= 650 \text{ €}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Prix de l'article après baisse de 30\%} &= 650 \text{ €} \times 1,30 \\ &= 845 \text{ €} \end{aligned}$$

b) L'augmentation est de 345 € par rapport au prix initial ( $845 \text{ €} - 500 \text{ €} = 345 \text{ €}$ )  
En effectuant un produit en croix avec le tableau suivant :

500 €	100%
345 €	

$$345 \frac{\text{€} \times 100}{500 \text{ €}} = 69 \%$$

Le prix a donc été augmenté de 69% par rapport au départ (et non 60 !).

#### **Exercice 4 :** Brevet 2006

Le tableau ci-dessous donne la répartition des notes obtenues à un contrôle de mathématiques par les 27 élèves d'une classe de troisième.

Notes	6	8	10	13	14	17
Effectifs	3	5	6	7	5	1

1. Calculer la note moyenne de la classe à ce contrôle. Arrondir le résultat à l'unité.
2. Calculer le pourcentage d'élèves ayant eu une note supérieure ou égale à 10. Arrondir le résultat au dixième.

#### **Correction :**

##### **1. CALCUL DE MOYENNE :**

Pour calculer une moyenne, il ne faut pas oublier de multiplier les données par les effectifs et diviser par l'effectif total.

On obtient :

$$\begin{aligned} \text{Moyenne des notes} &= \frac{6 \times 3 + 8 \times 5 + 10 \times 6 + 13 \times 7 + 14 \times 5 + 17 \times 1}{27} \\ &= \frac{296}{27} \\ &\approx 11 \end{aligned}$$

##### **2. CALCUL DE POURCENTAGE :**

$6 + 7 + 5 + 1$  élèves ont une note supérieure ou égale à 10.

Il y a donc 19 élèves parmi 27 qui ont une note supérieure à 10.

Les 27 élèves représentent la totalité des élèves de la classe donc 100% des élèves de la classe :

$$\times \frac{19}{27} \quad \begin{array}{l} \curvearrowright 27 \rightarrow 100\% \\ \curvearrowleft 19 \rightarrow 70,4\% \end{array} \quad \times \frac{19}{27}$$

### **Exercice 5 :** Brevet Métropole 2013

Les informations suivantes concernent les salaires des hommes et des femmes d'une même entreprise :

Salaires des femmes : 1 200 € ; 1 230 € ; 1 250 € ; 1 310 € ; 1 376 € ; 1 400 € ; 1 440 € ; 1 500 € ; 1 700 € ; 2 100 €
Salaires des hommes : Effectif total : 20 Moyenne : 1 769 € Etendue : 2 400 € Médiane : 2 000 € Les salaires des hommes sont tous différents.

1. Comparer le salaire moyen des hommes et celui des femmes.
2. On tire au sort une personne dans l'entreprise. Quelle est la probabilité que ce soit une femme ?
3. Le plus bas salaire de l'entreprise est de 1 000 €. Quel salaire est le plus élevé ?
4. Dans cette entreprise, combien de personnes gagnent plus de 2 000 € ?

### **Correction :**

#### 1. **CALCUL DE MOYENNE DES FEMMES :**

$$\begin{aligned} \text{Moyenne des femmes} &= \frac{1200+1230+1250+1310+1370+1400+1440+1500+1700+2100}{10} \\ &= 1450 \text{ €} \end{aligned}$$

Il est donc inférieur à celui des hommes qui est de 1 769 €.

#### 2. **CALCUL DE PROBABILITE :**

Il y a 10 femmes et 20 hommes.

La probabilité de tirer au sort une femme de cette entreprise est donc  $\frac{10}{30}$  soit  $\frac{1}{3}$ .

#### 3. L'étendue est de 2400 € chez les hommes.

Comme le plus bas salaire est celui d'un homme, le plus haut salaire chez les hommes est de !

$$1000 + 2400 = 3400 \text{ €},$$

qui est plus élevé que celui des femmes.

Ainsi, le plus haut salaire est de 3400 €.

#### 4. La médiane des salaires des hommes est de 2000€ donc la moitié des hommes gagnent plus de 2000€ : Il y a donc 10 hommes qui gagnent plus de 2000€.

(Il faut préciser que comme tous les salaires sont différents, il n'y a pas plusieurs hommes qui gagnent exactement 2000€ et on peut donc affirmer qu'il y a exactement 10 hommes qui gagnent moins de 2000€ et 10 hommes qui gagnent plus de 2000€.)

D'autre part, il y a 1 femme qui gagne plus de 2000€

**Il y a donc 11 personnes dans cette entreprise dont le salaire est supérieur à 2000€.**

### Exercice 6 : Brevet Pondichery 2014

Voici le classement des médailles d'or reçues par les pays participant aux jeux olympiques pour le cyclisme masculin (Source : Wikipédia).

Bilan des médailles d'or de 1896 à 2008 :

Nation	Or
France	40
Italie	32
Royaume-Uni	18
Pays-Bas	15
Etats-Unis	14
Australie	13
Allemagne	13
Union soviétique	11
Belgique	6
Danemark	6
Allemagne de l'Ouest	6
Espagne	5
Allemagne de l'Est	4

Nation	Or
Russie	4
Suisse	3
Suède	3
Tchécoslovaquie	2
Norvège	2
Canada	1
Afrique du Sud	1
Grèce	1
Nouvelle-Zélande	1
Autriche	1
Estonie	1
Lettonie	1
Argentine	1

1. Voici un extrait du tableau :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1	Nombre de médailles d'or	1	2	3	4	5	6	11	13	14	15	18	32	40	
2	Effectif	8	2	2	2	1	3	1	2	1	1	1	1	1	26

Quelle formule a-t-on saisie dans la cellule O2 pour obtenir le nombre total de pays ayant eu une médaille d'or ?

2. a) Calculer la moyenne de cette série (arrondir à l'unité).  
b) Déterminer la médiane de cette série.  
c) En observant les valeurs prises par la série, donner un argument qui explique pourquoi les valeurs de la moyenne et de la médiane sont différentes.
3. Pour le cyclisme masculin, 70% des pays médaillés ont obtenu au moins une médaille d'or. Quel est le nombre de pays qui n'ont obtenu que des médailles d'argent ou de bronze (arrondir le résultat à l'unité) ?

### Correction :

1. Dans la cellule O2, la formule saisie est :

$$= \text{SOMME} (\text{B2:N2}) \quad \text{ou} \quad = \text{B2} + \text{C2} + \text{D2} + \text{E2} + \dots + \text{N2}$$

2. a) La moyenne pondérée par les effectifs de cette série, arrondie à l'unité est :

$$\begin{aligned} \bar{m} &= \frac{1 \times 8 + 2 \times 2 + 3 \times 2 + \dots + 40 \times 1}{26} \\ &= \frac{205}{26} \\ &\approx 8 \end{aligned}$$

b) L'effectif total de cette série est de 26 qui est un nombre pair.

La médiane de cette série statistique devra couper cette série en deux séries de 8 valeurs, elle sera donc la moyenne de la 13<sup>ème</sup> valeur et de la 14<sup>ème</sup> valeur de la série statistique : Les deux valeurs étant égale (=4), on en déduit que la médiane vaut 4.

c) Les premières valeurs sont très représentées. Ces forts effectifs expliquent pourquoi la médiane est basse.

Par contre, les valeurs de la série à partir de 14 ne sont représentées qu'une seule fois mais elles s'échelonnent jusqu'à 40 qui est une valeur extrême.

On sait, que la médiane n'est affectée par aucune valeur extrême dans un ensemble de données contrairement à la moyenne.

Il est donc logique que la moyenne soit bien supérieur à la médiane.

3. On sait que 70% des pays médaillés ont obtenu au moins une médaille d'or.

De ce fait, les 26 pays ayant obtenu au moins une médaille d'or citées dans le tableau de données, représentent 70% du nombre total  $N$  de pays médaillés (or, argent ou bronze).

$$N \times 0,7 = 26$$

Le nombre total  $N$  de pays médaillés est donc :

$$N \times \frac{26}{0,7} = 37$$

Par conséquent, puisque 26 de ces 37 pays ont obtenus au moins une médaille d'or,

$$37 - 26 = 11$$

11 pays n'ont obtenu que des médailles d'argent et de bronze.