

Fiche factorisation

Factoriser une expression c'est transformer cette expression en un produit.

Il n'y a pas 36 façons de faire !

Je ne vois que **deux façons** de faire :

- En utilisant $ka + kb = k(a + b)$ ou $ka - kb = k(a - b)$
- En utilisant une des trois identités remarquables :
 - $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$
 - $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$
 - $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$
 - **Remarque : $a^2 + b^2$ ne se factorise pas !**

Exercice 1 : Factoriser en utilisant $ka + kb = k(a + b)$ ou $ka - kb = k(a - b)$

a. $2x + 5x$
 $= x(2 + 5)$
 $= 7x$

b. $(x + 5)(x + 5) + 2x(x + 5)$
 $= (x + 5)[(x + 5) + 2x]$
 $= (x + 5)(x + 5 + 2x)$
 $= (x + 5)(3x + 5)$

c. $(2x + 5)^2 + (2x + 5)$
 $= (2x + 5)(2x + 5) + (2x + 5) \times 1$
 $= (2x + 5)[(2x + 5) + 1]$
 $= (2x + 5)(2x + 5 + 1)$
 $= (2x + 5)(2x + 6)$

d. $(2x + 5)(2x - 5) - (2x + 5)(x + 5)$
 $= (2x + 5)[(2x - 5) - (x + 5)]$
 $= (2x + 5)[2x - 5 - x - 5]$
 $= (2x + 5)(x - 10)$

e. $(2x + 5)(2x - 5) - (2x + 5)^2$
 $= (2x + 5)(2x - 5) - (2x + 5)(2x + 5)$
 $= (2x + 5)[(2x - 5) - (2x + 5)]$
 $= (2x + 5)(2x - 5 - 2x - 5)$
 $= (2x + 5)(-10)$
 $= (-10)(2x + 5)$

f. $(2x + 5)(2x - 5) - (2x + 5)$
 $= (2x + 5)(2x - 5) - (2x + 5) \times 1$
 $= (2x + 5)[(2x - 5) - 1]$
 $= (2x + 5)(2x - 5 - 1)$
 $= (2x + 5)(2x - 6)$

g. $(2x + 3)(x + 5) - (x + 5)^2 + 5x(x + 5)$
 $= (2x + 3)(x + 5) - (x + 5)(x + 5) + 5x(x + 5)$
 $= (x + 5)[(2x + 3) - (x + 5) + 5x]$
 $= (x + 5)(2x + 3 - x - 5 + 5x)$
 $= (x + 5)(6x - 2)$

h. $(x + 1)(14 - 4x) + (7 - 2x)(2 + x)$
 $= (x + 1)2(7 - 2x) + (7 - 2x)(2 + x)$
 $= (7 - 2x)[(x + 1)2 + (2 + x)]$
 $= (7 - 2x)(2x + 2 + 2 + x)$
 $= (7 - 2x)(3x + 4)$

i. $(x + 1)(7 - 2x) - (21 - 6x)(2 + x)$
 $= (x + 1)(7 - 2x) - 3(7 - 2x)(2 + x)$
 $= (7 - 2x)[(x + 1) - 3(2 + x)]$
 $= (7 - 2x)(x + 1 - 6 - 3x)$
 $= (7 - 2x)(-2x - 5)$

Exercice 2 : Factoriser en utilisant une identité remarquable.

a. $x^2 + 2x + 1$
 $= (x + 1)^2$

b. $100x^2 - 20x + 1$
 $= (10x - 1)^2$

c. $16x^2 + 16x + 4$
 $= (4x + 2)^2$

d. $25x^2 + 10x + 1$
 $= (5x + 1)^2$

e. $75x^2 + 30x + 3$ **Indication : Commencer par factoriser par 3.**
 $= 3(25x + 10 + 1)$
 $= 3(5x + 1)^2$

f. $x^2 - 4$
 $= (x - 2)(x + 2)$

g. $4x^2 - 4$
 $= (2x - 2)(2x + 2)$

h. $x^2 - 3$ **Indication : $3 = (\sqrt{3})^2$.**
 $= x^2 - (\sqrt{3})^2$
 $= (x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3})$

i. $(x + 4)^2 - 4$
 $= [(x + 4) - 2][(x + 4) + 2]$
 $= (x + 4 - 2)(x + 4 + 2)$
 $= (x + 2)(x + 6)$

j. $(2x + 4)^2 - 16$
 $= [(2x + 4) - 4][(2x + 4) + 4]$
 $= (2x + 4 - 4)(2x + 4 + 4)$
 $= (2x)(2x + 8)$

k. $(2x + 4)^2 - (x + 1)^2$
 $= [(2x + 4) - (x + 1)][(2x + 4) + (x + 1)]$
 $= (2x + 4 - x - 1)(2x + 4 + x + 1)$
 $= (x + 3)(3x + 5)$

l. $x^2 + 4$

Cette expression ne peut pas être factorisée ... (pour le moment)

Exercice 3 : A toi de trouver la bonne règle.

a. $5(2x + 5) + 7(2x + 5)$
 $= (2x + 5)(5 + 7)$
 $= 12(2x + 5)$

b. $(2x + 5)(4x + 9) - (4x + 9)(2x - 3)$
 $= (4x + 9)[(2x + 5) - (2x - 3)]$
 $= (4x + 9)(2x + 5 - 2x + 3)$
 $= (4x + 9)(8)$
 $= 8(4x + 9)$

c. $4x + 5 + (4x - 9)(4x + 5)$
 $= (4x + 5) \times 1 + (4x - 9)(4x + 5)$
 $= (4x + 5) \times [1 + (4x - 9)]$
 $= (4x + 5) \times [1 + 4x - 9]$
 $= (4x + 5) \times (4x - 8)$

d. $(x + 1)(7 - 2x) + (7 - 2x)(2 + x)$
 $= (7 - 2x) \times [(x + 1) + (2 + x)]$
 $= (7 - 2x) \times (x + 1 + 2 + x)$
 $= (7 - 2x) \times (2x + 3)$

e. $(x + 1)(7 - 2x) - (7 - 2x)(2 + x) + (7 - 2x)(x + 8)$
 $= (7 - 2x) \times [(x + 1) - (2 + x) + (x + 8)]$
 $= (7 - 2x) \times (x + 1 - 2 - x + x + 8)$
 $= (7 - 2x) \times (x + 7)$

f. $(2x + 1)^2 - (3x + 9)^2$
 $= [(2x + 1) - (3x + 9)] \times [(2x + 1) + (3x + 9)]$
 $= (2x + 1 - 3x - 9) \times (2x + 1 + 3x + 9)$
 $= (-x - 8) \times (5x + 10)$

g. $(4x^2 - 1) - (2x - 1)(2x + 5)$
 $= (2x - 1)(2x + 1) - (2x - 1)(2x + 5)$
 $= (2x - 1)[(2x + 1) - (2x + 5)]$
 $= (2x - 1)(2x + 1 - 2x - 5)$
 $= (2x - 1)(-4)$
 $= (-4)(2x - 1)$

h. $(4x - 5)^2 - (4x + 9)(4x - 5)$
 $= (4x - 5)[(4x - 5) - (4x + 9)]$
 $= (4x - 5)(4x - 5 - 4x - 9)$
 $= (4x - 5)(-14)$
 $= (-14)(4x - 5)$

i. $16x^2 + 40x + 25 - (4x + 5)(7 - 2x)$
 $= (4x + 5)^2 - (4x + 5)(7 - 2x)$
 $= (4x + 5)(4x + 5) - (4x + 5)(7 - 2x)$
 $= (4x + 5)[(4x + 5) - (7 - 2x)]$
 $= (4x + 5)(4x + 5 - 7 + 2x)$
 $= (4x + 5)(6x - 2)$

j. $36x^2 + 12x + 1 + (6x + 1)(7 - 3x)$
 $= (6x + 1)^2 + (6x + 1)(7 - 3x)$
 $= (6x + 1)(6x + 1) + (6x + 1)(7 - 3x)$
 $= (6x + 1)[(6x + 1) + (7 - 3x)]$
 $= (6x + 1)(6x + 1 + 7 - 3x)$
 $= (6x + 1)(3x + 8)$

k. $4x^2 - 9 + (2x + 3)(3 - 3x)$
 $= (2x - 3)(2x + 3) + (2x + 3)(3 - 3x)$
 $= (2x + 3)[(2x - 3) + (3 - 3x)]$
 $= (2x + 3)(2x - 3 + 3 - 3x)$
 $= (2x + 3)(x)$
 $= x(2x + 3)$

l. $9x^2 - 1 + (x + 3)(1 - 3x)$
 $= (3x - 1)(3x + 1) + (x + 3)(1 - 3x)$
 $= (-1)(1 - 3x)(3x + 1) + (x + 3)(1 - 3x)$
 $= (1 - 3x)[(-1)(3x + 1) + (x + 3)]$
 $= (1 - 3x)(-3x - 1 + x + 3)$
 $= (1 - 3x)(-2x + 2)$

Bonus : essaie de factoriser les expressions suivantes :

a. $x^2 + 2x - 5$
 $= x^2 + 2x + 1 - 6$
 $= (x + 1)^2 - 6$
 $= (x + 1)^2 - (\sqrt{6})^2$
 $= [(x + 1) - \sqrt{6}][(x + 1) + \sqrt{6}]$
 $= (x + 1 - \sqrt{6})(x + 1 + \sqrt{6})$

b. $x^2 + 4x - 12$
 $= x^2 + 4x + 4 - 16$
 $= (x + 2)^2 - 16$
 $= (x + 2)^2 - 4^2$
 $= [(x + 2) - 4][(x + 2) + 4]$
 $= (x + 2 - 4)(x + 2 + 4)$
 $= (x - 2)(x + 6)$

c. $x^2 + 2x + 1$
 $= (x + 1)^2$

Bonnes vacances studieuses !