

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Collège les Cigognes – mai 2022

SUJET

Durée de l'épreuve : 2 heures

Le sujet comporte 6 pages

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée (*circulaire n°99-186 du 16 novembre 1999*)

Le sujet est composé de 7 exercices indépendants.
Le candidat peut les traiter dans l'ordre qui lui convient.

BARÈME (sur 100 points)	
Exercice 1 :	8 points
Exercice 2 :	12 points
Exercice 3 :	13 points
Exercice 4 :	16 points
Exercice 5 :	14 points
Exercice 6 :	17 points
Exercice 7 :	20 points

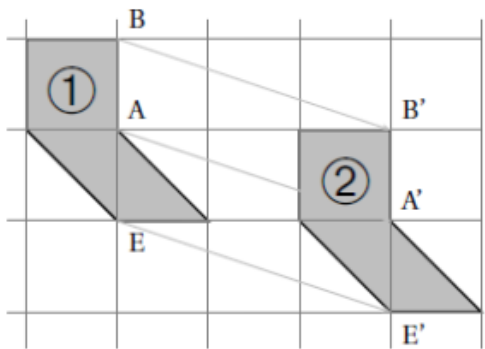
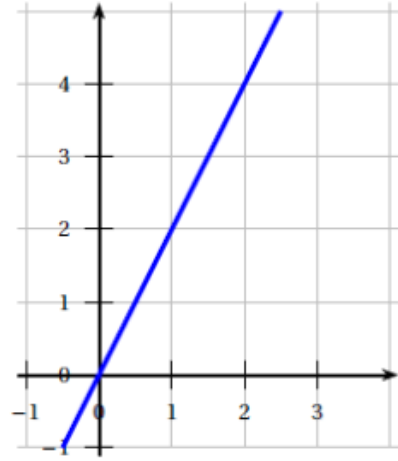
Indications portant sur l'ensemble du sujet :

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.
Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche ; elle sera prise en compte dans la notation.

EXERCICE 1

8 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Aucune justification n'est demandée. Pour chaque question, trois réponses (A, B et C) sont proposées. **Une seule réponse est exacte.** Recopier sur la copie le numéro de la question et la réponse.

Questions	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1. On considère les deux figures suivantes. Par quelle transformation la figure 2 est-elle l'image de la figure 1 ? 	une translation	une rotation	une symétrie axiale
2. On considère la représentation graphique de la fonction g suivante :  Quel est l'antécédent de 2 par la fonction g.	2	1	4
3. Soit f la fonction définie par : $f(x) = 3x^2 - 7$ Quelle affirmation est correcte ?	29 est l'image de 2 par la fonction f	$f(3) = 20$	7 est l'image de 0 par la fonction f
4. On a relevé les performances, en mètres, obtenues au lancer du poids par un groupe de 13 élèves d'une classe. 3,41m; 5,25m; 5,42m; 4,3m; 6,11m; 4,28m; 5,15m; 3,7m; 6,07m; 5,82m; 4,62m; 4,91m; 4,01m Quelle est la médiane de cette série de valeurs ?	7	4,91	5,15

EXERCICE 2

12 points

Une collectionneuse compte ses cartes Pokémon afin de les revendre. Elle possède 252 cartes de type « feu » et 156 cartes de type « terre ».

1. a. Parmi les trois propositions suivantes, laquelle correspond à la décomposition en produit de facteurs premiers du nombre 252 :

Proposition 1	Proposition 2	Proposition 3
$2^2 \times 9 \times 7$	$2 \times 2 \times 3 \times 21$	$2^2 \times 3^2 \times 7$

- b. Donner la décomposition en produit de facteurs premiers du nombre 156.
2. Elle veut réaliser des paquets identiques, c'est-à-dire contenant chacun le même nombre de cartes « terre » et le même nombre de cartes « feu » en utilisant toutes ses cartes.
- a. Peut-elle faire 36 paquets?
- b. Quel est le nombre maximum de paquets qu'elle peut réaliser?
- c. Combien de cartes de chaque type contient alors chaque paquet?

3. Elle choisit une carte au hasard parmi toutes ses cartes. On suppose les cartes indiscernables au toucher.

Calculer la probabilité que ce soit une carte de type « terre ».

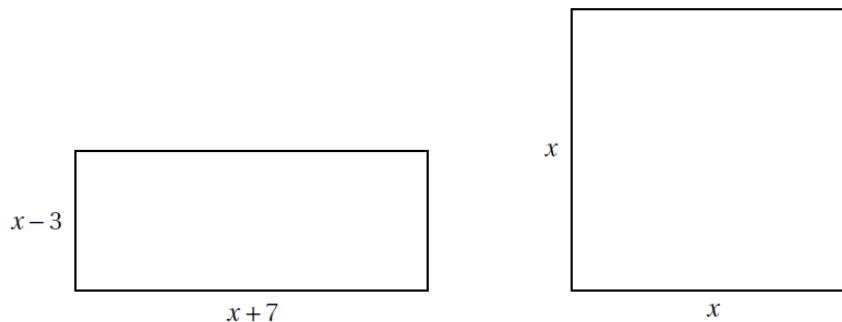
EXERCICE 3

13 points

Dans cet exercice, x est un nombre strictement supérieur à 3.

On s'intéresse aux deux figures géométriques dessinées ci-dessous :

- un rectangle dont les côtés ont pour longueurs $x - 3$ et $x + 7$.
- un carré de côté x .



1. Quatre propositions sont écrites ci-dessous :

Recopier sur la copie celle qui correspond à l'aire du carré. On ne demande pas de justifier.

$4x$	$4 + x$	x^2	$2x$
------	---------	-------	------

2. Montrer que l'aire du rectangle est égale à $x^2 + 4x - 21$.
3. On a écrit le script ci-dessous dans Scratch.

On veut que ce programme renvoie l'aire du rectangle lorsque l'utilisateur a rentré une valeur de x (strictement supérieure à 3).



Écrire sur la copie les contenus des trois cases vides des lignes 5, 6 et 7, en précisant les numéros de lignes qui correspondent à vos réponses.



4. On a pressé la touche espace puis saisi le nombre 8. Que renvoie le programme?
5. Quel nombre x doit-on choisir pour que l'aire du rectangle soit égale à l'aire du carré?
Toute trace de recherche, même non aboutie, sera prise en compte.

EXERCICE 4

16 points

On considère le programme de calcul ci-contre.

- Choisir un nombre.
- Ajouter 2 à ce nombre.
- Prendre le carré du résultat précédent.
- Soustraire le carré du nombre de départ au résultat précédent.

On a utilisé la feuille de calcul ci-dessous pour appliquer ce programme de calcul au nombre 5 ; le résultat obtenu est 24.

	A	B
1	Programme	Résultat
2	Choisir un nombre	5
3	Ajouter 2 à ce nombre	7
4	Prendre le carré du résultat précédent	49
5	Soustraire le carré du nombre de départ au résultat précédent	24

1. Pour les questions suivantes, faire apparaître les calculs sur la copie.
 - a. Si on choisit 2 comme nombre de départ, vérifier qu'on obtient 12 comme résultat.
 - b. Si on choisit -8 comme nombre de départ, quel résultat obtient-on?
2. Parmi les trois propositions suivantes, recopier sur votre copie la formule qui a été saisie dans la cellule B5.

$=B4 - B2 * B2$	$=B2 + 2$	$= B3 * B3$
-----------------	-----------	-------------

3.
 - a. Si l'on choisit x comme nombre de départ, exprimer en fonction de x , le résultat final de ce programme de calcul.
 - b. Montrer que $(x + 2)^2 - x^2 = 4x + 4$.
4. Si on choisit un nombre entier au départ, est-il exact que le résultat du programme est toujours un multiple de 4? Justifier.

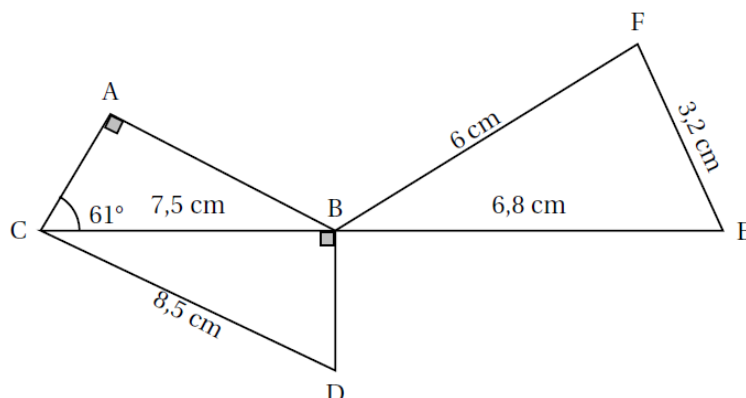
EXERCICE 5**14 points**

La figure ci-dessous n'est pas représentée en vraie grandeur.

Les points C, B et E sont alignés.

Le triangle ABC est rectangle en A.

Le triangle BDC est rectangle en B.



1. Montrer que la longueur BD est égale à 4 cm.
2. Montrer que les triangles CBD et BFE sont semblables.
3. Sophie affirme que l'angle $\widehat{BFE}$ est un angle droit. A-t-elle raison ?
4. Max affirme que l'angle $\widehat{ACD}$ est un angle droit. A-t-il raison ?

EXERCICE 6**17 points**

On souhaite construire un carré potager en utilisant des planches en bois et en suivant le montage ci-dessous.

Le carré potager souhaité n'a pas de fond et il a la forme d'un pavé droit de base carrée et de hauteur 30 cm.

Vue de dessus	Plan et indications pour le montage Prévoir dans chaque angle une équerre à visser avec 8 vis pour assembler les 4 planches formant l'angle.		
Prix			
Équerre à 8 trous 2,90 € la pièce	Planche en bois 250 cm × 15 cm × 2 cm 5,60 € la pièce	Vis Lot de 100 5,70 € le lot	Sac de terre végétale 40 L 6,90 € le sac

1. À l'achat, les planches en bois mesurent 2,50 m de longueur.
 - a. Combien de planches devra-t-on acheter ?
 - b. Déterminer le budget nécessaire (hors coût de la terre) pour réaliser ce carré potager.

On remplit le carré potager de terre végétale au minimum jusqu'aux deux tiers de sa hauteur.

On dispose la terre afin qu'elle forme un pavé droit dont la longueur du côté de la base carrée est de 118 cm.

2. Sept sacs de terre végétale seront-ils suffisants pour compléter au minimum le carré potager ?
On rappelle que : 1 L = 1 dm³.

EXERCICE 7

20 points

Dans une habitation, la consommation d'eau peut être anormalement élevée lorsqu'il y a une fuite d'eau.

On considère la situation suivante :

- Une salle de bain est équipée d'une vasque de forme cylindrique, comme l'illustre l'image ci-dessous.
- Le robinet fuit à raison d'une goutte par seconde.
- En moyenne, 20 gouttes d'eau correspondent à un millilitre (1 ml).



Caractéristiques de la vasque :
Diamètre intérieur : 40 cm
Hauteur intérieure : 15 cm
Masse : 25 kg

Rappels :

$$\text{Volume du cylindre} = \pi \times \text{rayon}^2 \times \text{hauteur}$$
$$1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ litre}$$

1. En raison de la fuite, montrer qu'il tombe 86 400 gouttes dans la vasque en une journée complète.
2. Calculer, en litres, le volume d'eau qui tombe dans la vasque en une semaine en raison de la fuite.
3. Montrer que la vasque a un volume de 18,85 litres, arrondi au centilitre près.
4. L'évacuation de la vasque est fermée et le logement inoccupé pendant une semaine. L'eau va-t-elle déborder de la vasque? Justifier la réponse.
5. À la fin du XIX^e siècle, la consommation domestique d'eau par habitant en France était d'environ 17 litres par jour. Elle a fortement augmenté avec la généralisation de la distribution d'eau par le robinet dans les domiciles : elle est passée à 165 litres par jour et par habitant en 2004.

En 2018, la consommation des Français baisse légèrement pour atteindre 148 litres d'eau par jour et par habitant.

Calculer le pourcentage de diminution de la consommation quotidienne d'eau par habitant entre 2004 et 2018. On arrondira ce pourcentage à l'unité.