1. Amérique du nord – 2015

1. Le triangle ADC est rectangle en D, donc d'après le théorème de Pythagore :

$AC^2 = AD^2 + DC^2$

Soit $AC^2 = 35,52 + 35,52$

Donc $AC^2 = 2520,5$.

D'où $AC = \sqrt{2520,5}$ m.

Les diagonales d'un carré ont le même milieu, donc $AH = \sqrt{2520,5} : 2 = \sqrt{630,125}$ m.

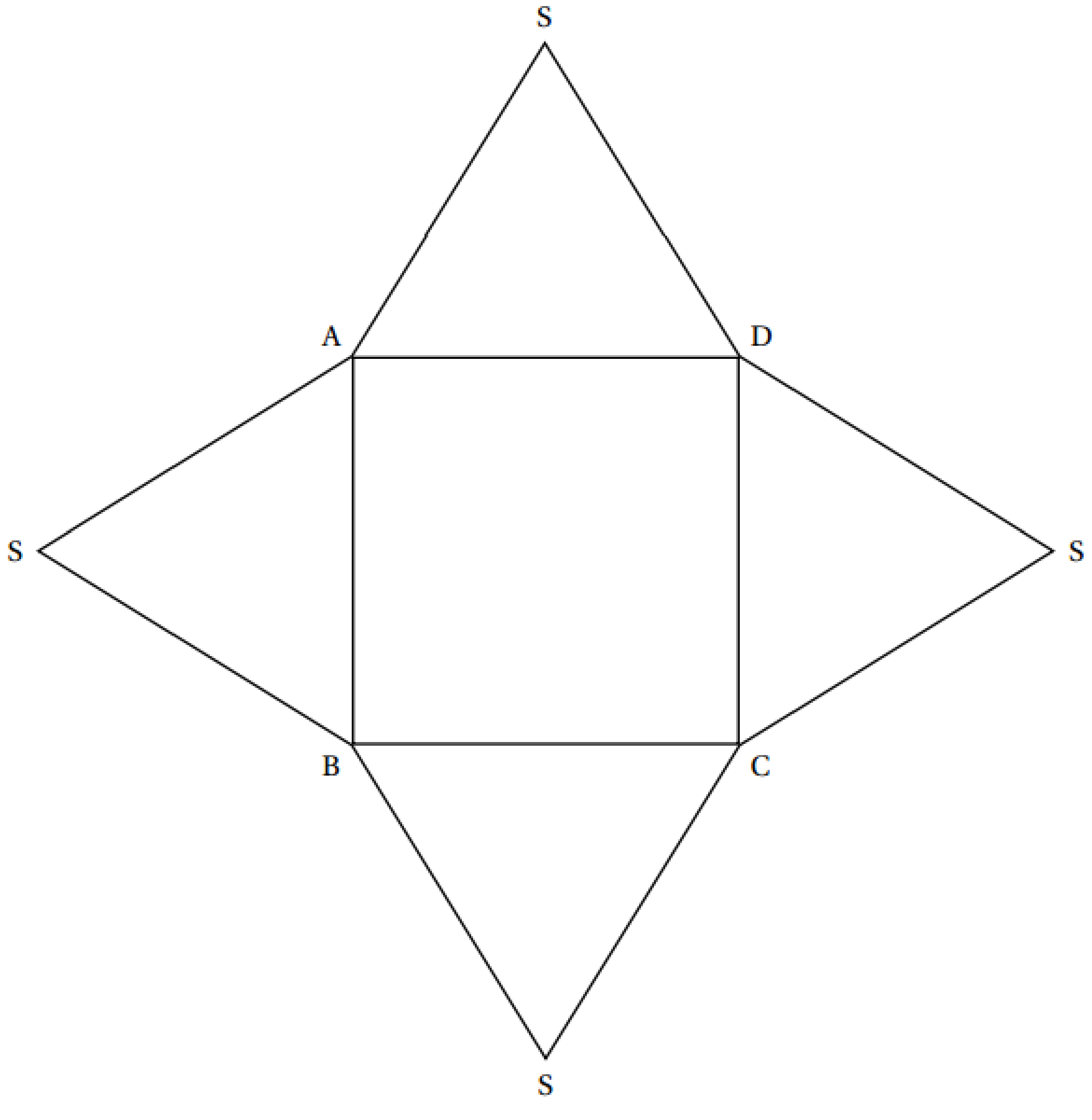
Le triangle SAH est rectangle en H, donc, d'après le théorème de Pythagore : $SH^2 = SA^2 - AH^2$, soit $SH^2 = 33,14^2 - \left(\sqrt{630,125}\right)^2 = 1098,2596 - 630,125 = 468,1346$.

Donc $SH \approx 21,64$ m.

2. **a.** $AB = BC = CD = DA = \dfrac{3550}{800} = 4,4375 \approx 4,4$ cm.

$SA = SB = SC = SD == \dfrac{3314}{800} = 4,1425 \approx 4,1$ cm.

b. Patron



2. Asie - 2015

- En prenant le passage piéton Julien parcourt : $8+15=23$ (m)
- En traversant directement de J à F : le triangle FKJ est rectangle en K; d'après le théorème de Pythagore, on a :

$FJ^2 = FK^2 + KJ^2$ soit $FJ^2 = 8^2 + 15^2 = 64 + 225 = 289$, d'où $FJ = \sqrt{289} = 17$ (m).

Il a donc gagné un parcours de $23 - 17 = 6$.

Pour obtenir le temps mis pour parcourir ces 6 m on peut dresser un tableau de proportionnalité :

distance (m)	10	60	6
temps (s)	9	54	5,4

Julien gagne donc 5,4 s.

3. Centres étrangers - 2016

Pour répondre à la question posée, il faut calculer SO.

Je commence par déterminer AO :

ABC est un triangle rectangle en B. D'après le théorème de Pythagore, on a :

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

$AC^2 = 30^2 + 30^2$

$AC^2 = 900 + 900$

$AC^2 = 1\,800$

$AC > 0$, donc $AC = \sqrt{1800} = \sqrt{900 \times 2} = 30\sqrt{2}$ (cm).

ABCD est un carré, donc ses diagonales se coupent en leur milieu et $AO = \dfrac{30\sqrt{2}}{2} = 15\sqrt{2}$ cm.

Je calcule SO :

ASO est un triangle rectangle en O. D'après le théorème de Pythagore, on a :

$AS^2 = AO^2 + SO^2$

$55^2 = \left(15\sqrt{2}\right)^2 + SO^2$

$3025 = 225 \times 2 + SO^2$

$3025 = 450 + SO^2$

$SO^2 = 3025 - 450$

$SO^2 = 2575$

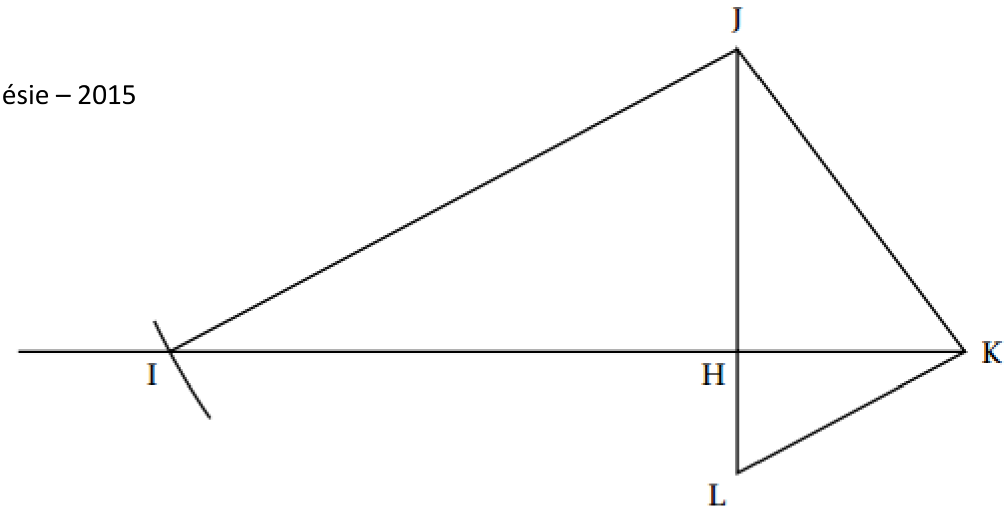
$SO > 0$, donc $SO = \sqrt{2575}$.

$SO \approx 50,7 > 50$ (cm).

Le présentoir ne peut pas être placé dans la vitrine de hauteur 50 cm.

4. Polynésie – 2015

1.



On trace le triangle KJH connaissant les longueurs de ses trois côtés ; le cercle de centre J de rayon 6,8 coupe la droite (HK) en I.

2. Pour démontrer que les droites (IK) et (JH) sont perpendiculaires, les points I, H et K étant alignés, il suffit de montrer que le triangle JHK est un triangle rectangle en H.

   Dans le triangle JHK, [JK] est le plus grand côté.

   Je calcule séparément :

   D'une part : $JK^2 = 4^2 = 16$.

   D'autre part : $JH^2 + HK^2 = 3,2^2 + 2,4^2 = 10,24 + 5,76 = 16$

   Je constate que : $JK^2 = JH^2 + HK^2$.

   D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle JHK est rectangle en H.

   Les droites (IK) et (JH) sont donc perpendiculaires.

3. Les droites (IK) et (JH) étant perpendiculaires, IHJ est un triangle rectangle en H, donc d'après le théorème de Pythagore, on a :

   $IJ^2 = IH^2 + HJ^2$

   $6,82 = IH^2 + 3,22$

   $46,24 = IH^2 + 10,24$

   $IH^2 = 46,24 - 10,24$

   $IH^2 = 36$.

   IH est un nombre positif, donc $IH = \sqrt{36}$ cm

   $IH = 6$ cm

4. HJK est un triangle rectangle en H, on a donc : $\cos\widehat{HJK} = \dfrac{HJ}{JK} = \dfrac{3,2}{4} = 0,8$.

   D'où $\widehat{HJK} \approx 37$ °

5. Voir plus haut

6. Les triangles HIJ et HKL sont tels que :

   - (JL) et (IK) sont sécantes en H ;
   - (IJ) est parallèle à (KL).

   D'après le théorème de Thalès, on a :

   $\dfrac{HL}{HJ} = \dfrac{HK}{HI} = \dfrac{KL}{IJ}$.

   Or $\dfrac{HK}{HI} = \dfrac{2,4}{6} = 0,4$, donc

   $\dfrac{KL}{IJ} = 0,4$ ou encore

   $KL = 0,4 \times IJ$.

5. Métropole – 2014

   1. Prix d'une botte de paille :

      1 Volume : $V_{botte} = 90 \times 45 \times 35 = 141\,750\ cm^3 = 0,141\,75\ m^3$

      3 Masse : $m_{botte} = 0,141\,75 \times 90 = 12,757\,5$ Kg $= 0,012\,757\,5$ t

      2 Prix : $P_{botte} = 0,012\,757\,5 \times 40 \simeq 0,51$ € arrondi au centime.

2. Marc veut refaire l'isolation de la toiture d'un bâtiment avec des bottes de pailles parallélépipédiques. Le bâtiment est un prisme droit dont les dimensions sont données sur le schéma ci-dessous.

   Il disposera les bottes de paille sur la surface correspondant à la zone grisée, pour créer une isolation de 35 cm d'épaisseur. Pour calculer le nombre de bottes de pailles qu'il doit commander, il considère que les bottes sont disposées les unes contre les autres. Il ne tient pas compte de l'épaisseur des planches entre lesquelles il insère les bottes.

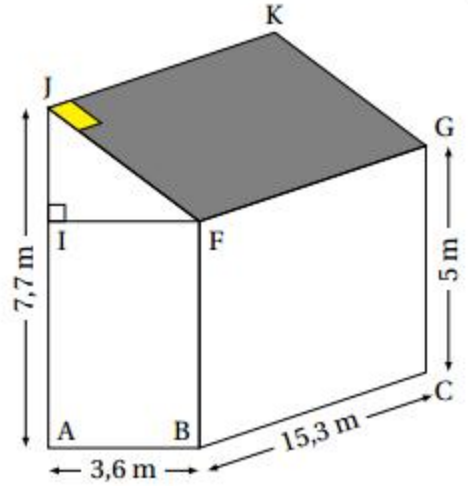
   a) Nombre de bottes nécessaires :

   - Largeur du toit : C'est un rectangle, nous devons donc connaître la longueur : 15,3 m et la largeur JF :

   $$\mathrm{JF}^2 = \mathrm{JI}^2 + \mathrm{IF}^2 = (7,7-5)^2 + 3,6^2 = 20,25 \Longrightarrow \mathrm{JF} = \sqrt{20,25} = 4,5 \text{ m}$$

   - Nombre de bottes : comme l'indique la photo, il dispose les bottes dans le sens J $\rightarrow$ F ; il peut donc mettre $4,5 \div 0,9 = 5$ bottes dans la largeur et $15,3 \div 0,45 = 34$ bottes dans la longueur.

   Il doit donc acheter $5 \times 34 = 170$ bottes pour couvrir son toit.



   b) Le coût de la paille nécessaire pour isoler le toit :

   $$170 \times 0,51 = 86,70 \text{ €}$$