Corrigé de l'exercice 1

Effectuer les calculs suivants et donner le résultat sous la forme d'une fraction simplifiée :

$A = \dfrac{14}{13} \times \dfrac{-13}{5} \div \dfrac{-1}{16}$

$A = \dfrac{14}{1 \times \cancel{13}} \times \dfrac{-1 \times \cancel{13}}{5} \div \dfrac{-1}{16}$

$A = \dfrac{-14}{5} \div \dfrac{-1}{16}$

$A = \dfrac{-14}{5} \times -16$

$\boxed{A = \dfrac{224}{5}}$

$B = \dfrac{-12}{19} \times (\dfrac{5}{2} + \dfrac{-7}{3})$

$B = \dfrac{-12}{19} \times (\dfrac{5_{\times 3}}{2_{\times 3}} + \dfrac{-7_{\times 2}}{3_{\times 2}})$

$B = \dfrac{-12}{19} \times \dfrac{1}{6}$

$B = \dfrac{-2 \times \cancel{6}}{19} \times \dfrac{1}{1 \times \cancel{6}}$

$\boxed{B = \dfrac{-2}{19}}$

$C = \dfrac{-1}{3} \times \dfrac{-3}{4} - \dfrac{-15}{2}$

$C = \dfrac{-1}{1 \times \cancel{3}} \times \dfrac{-1 \times \cancel{3}}{4} - \dfrac{-15}{2}$

$C = \dfrac{1}{4} - \dfrac{-15}{2}$

$C = \dfrac{1}{4} - \dfrac{-15_{\times 2}}{2_{\times 2}}$

$\boxed{C = \dfrac{31}{4}}$

$D = \dfrac{5}{3} \times \dfrac{-12}{25} + \dfrac{8}{15}$

$D = \dfrac{1 \times \cancel{5}}{1 \times \cancel{3}} \times \dfrac{-4 \times \cancel{3}}{5 \times \cancel{5}} + \dfrac{8}{15}$

$D = \dfrac{-4}{5} + \dfrac{8}{15}$

$D = \dfrac{-4_{\times 3}}{5_{\times 3}} + \dfrac{8}{15}$

$\boxed{D = \dfrac{-4}{15}}$

$E = \dfrac{13}{28} \div (\dfrac{11}{20} + \dfrac{3}{4})$

$E = \dfrac{13}{28} \div (\dfrac{11}{20} + \dfrac{3_{\times 5}}{4_{\times 5}})$

$E = \dfrac{13}{28} \div \dfrac{26}{20}$

$E = \dfrac{13}{28} \div \dfrac{13_{\times 2}}{10_{\times 2}}$

$E = \dfrac{13}{28} \div \dfrac{13}{10}$

$E = \dfrac{13}{28} \times \dfrac{10}{13}$

$E = \dfrac{1 \times \cancel{13}}{14 \times \cancel{2}} \times \dfrac{5 \times \cancel{2}}{1 \times \cancel{13}}$

$\boxed{E = \dfrac{5}{14}}$

$F = \dfrac{7}{10} \div (\dfrac{-4}{3} - \dfrac{-16}{5})$

$F = \dfrac{7}{10} \div (\dfrac{-4_{\times 5}}{3_{\times 5}} - \dfrac{-16_{\times 3}}{5_{\times 3}})$

$F = \dfrac{7}{10} \div \dfrac{28}{15}$

$F = \dfrac{7}{10} \times \dfrac{15}{28}$

$F = \dfrac{1 \times \cancel{7}}{2 \times \cancel{5}} \times \dfrac{3 \times \cancel{5}}{4 \times \cancel{7}}$

$\boxed{F = \dfrac{3}{8}}$

Corrigé de l'exercice 2

►1. Soit BLR un triangle rectangle en L tel que :
$RL = 4{,}5\,\text{cm}$ et $BL = 2{,}4\,\text{cm}$.
Calculer la longueur RB.

....

Le triangle BLR est rectangle en L.
Son hypoténuse est $[RB]$.
D'après le **théorème de Pythagore** :

$RB^2 = BL^2 + RL^2$

$RB^2 = 2{,}4^2 + 4{,}5^2$

$RB^2 = 5{,}76 + 20{,}25$

$RB^2 = 26{,}01$

$\boxed{\text{Donc } RB = \sqrt{26{,}01} = 5{,}1\,\text{cm}}$

►2. Soit UCB un triangle rectangle en C tel que :
$UC = 4{,}8\,\text{cm}$ et $UB = 5\,\text{cm}$.
Calculer la longueur BC.

....

Le triangle UCB est rectangle en C.
Son hypoténuse est $[UB]$.
D'après le **théorème de Pythagore** :

$UB^2 = BC^2 + UC^2$

$BC^2 = UB^2 - UC^2$ (On cherche BC)

$BC^2 = 5^2 - 4{,}8^2$

$BC^2 = 25 - 23{,}04$

$BC^2 = 1{,}96$

$\boxed{\text{Donc } BC = \sqrt{1{,}96} = 1{,}4\,\text{cm}}$

Corrigé de l'exercice 3

Soit RIZ un triangle tel que : $ZI = 15{,}9\,\text{cm}$, $ZR = 13{,}5\,\text{cm}$ et $IR = 8{,}4\,\text{cm}$.
Quelle est la nature du triangle RIZ ?

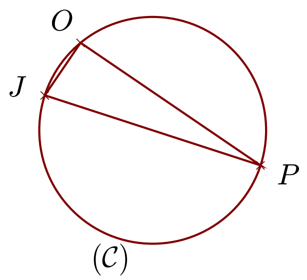
. . . .

Le triangle RIZ n'est ni isocèle, ni équilatéral.

$$\left.\begin{array}{l} \bullet ZI^2 = 15{,}9^2 = 252{,}81 \qquad ([ZI] \text{ est le plus grand côté.}) \\[2ex] \bullet IR^2 + ZR^2 = 8{,}4^2 + 13{,}5^2 = 252{,}81 \end{array}\right\} \text{Donc } ZI^2 = IR^2 + ZR^2.$$

D'après la **réciproque du théorème de Pythagore**, $\boxed{\text{le triangle } RIZ \text{ est rectangle en } R.}$

Corrigé de l'exercice 4



$(\mathcal{C})$ est un cercle de diamètre $[PJ]$ et O est un point de $(\mathcal{C})$.
On donne $PO = 14{,}4\,\text{cm}$ et $PJ = 15\,\text{cm}$.
Calculer la longueur JO.

. . . .

$[PJ]$ est le diamètre du cercle circonscrit au triangle PJO.

$\boxed{\text{Donc le triangle PJO est rectangle en O.}}$

D'après le **théorème de Pythagore** :

$PJ^2 = JO^2 + PO^2$ (car $[PJ]$ est *l'hypoténuse*)

$JO^2 = PJ^2 - PO^2$ (On cherche JO)

$JO^2 = 15^2 - 14{,}4^2$

$JO^2 = 225 - 207{,}36$

$JO^2 = 17{,}64$

$$\boxed{\text{Donc } JO = \sqrt{17{,}64} = 4{,}2\,\text{cm}}$$

Corrigé de l'exercice 5

▶1. QHO est un triangle rectangle en Q tel que : $QO = 9{,}1\,\text{cm}$ et $OH = 11{,}6\,\text{cm}$.
Calculer la mesure de l'angle $\widehat{QOH}$.
Dans le triangle QHO rectangle en Q,

$$\cos\widehat{QOH} = \frac{QO}{OH}$$

$$\cos\widehat{QOH} = \frac{9{,}1}{11{,}6}$$

$$\boxed{\widehat{QOH} = \cos^{-1}\left(\frac{9{,}1}{11{,}6}\right) \simeq 38{,}3^\circ}$$

▶2. MKW est un triangle rectangle en M tel que : $WK = 8\,\text{cm}$ et $\widehat{MWK} = 61^\circ$.
Calculer la longueur MW.
Dans le triangle MKW rectangle en M,

$$\cos\widehat{MWK} = \frac{MW}{WK}$$

$$\cos 61 = \frac{MW}{8}$$

$$\boxed{MW = \cos 61 \times 8 \simeq 3{,}87\,\text{cm}}$$

Corrigé de l'exercice 6

Calculer les expressions suivantes et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

$$A=\frac{7}{5}\times\left(\frac{-5}{8}+\frac{-2}{13}\right)$$

$$A=\frac{7}{5}\times\left(\frac{-5_{\times 13}}{8_{\times 13}}+\frac{-2_{\times 8}}{13_{\times 8}}\right)$$

$$A=\frac{7}{5}\times\left(\frac{-65}{104}+\frac{-16}{104}\right)$$

$$A=\frac{7}{5}\times\frac{-81}{104}$$

$$A=\frac{7}{-5\times\cancel{-1}}\times\frac{81\times\cancel{-1}}{104}$$

$$\boxed{A=\frac{-567}{520}}$$

$$B=\frac{-10}{9}-\frac{16}{81}\times\frac{-27}{10}$$

$$B=\frac{-10}{9}-\frac{8\times\cancel{2}}{-3\times\cancel{-27}}\times\frac{1\times\cancel{-27}}{5\times\cancel{2}}$$

$$B=\frac{-10}{9}-\frac{-8}{15}$$

$$B=\frac{-10_{\times 5}}{9_{\times 5}}-\frac{-8_{\times 3}}{15_{\times 3}}$$

$$B=\frac{-50}{45}-\frac{-24}{45}$$

$$\boxed{B=\frac{-26}{45}}$$

$$C=\frac{\frac{-5}{2}+7}{\frac{6}{5}+3}$$

$$C=\frac{\frac{-5}{2}+\frac{7_{\times 2}}{1_{\times 2}}}{\frac{6}{5}+\frac{3_{\times 5}}{1_{\times 5}}}$$

$$C=\frac{\frac{-5}{2}+\frac{14}{2}}{\frac{6}{5}+\frac{15}{5}}$$

$$C=\frac{9}{2}\div\frac{21}{5}$$

$$C=\frac{9}{2}\times\frac{5}{21}$$

$$C=\frac{3\times\cancel{3}}{2}\times\frac{5}{7\times\cancel{3}}$$

$$\boxed{C=\frac{15}{14}}$$

Corrigé de l'exercice 7

►1. Les nombres 13 851 et 2 223 sont-ils premiers entre eux ?

La somme des chiffres de 13 851 et celle de 2 223 sont divisibles par neuf donc ils sont divisibles par 9.

13 851 et 2 223 ne sont donc pas premiers entre eux

►2. Calculer le plus grand commun diviseur (PGCD) de 13 851 et 2 223.

On calcule le PGCD des nombres 13 851 et 2 223 en utilisant l'algorithme d'Euclide.

$13\ 851=2\ 223\times 6+513$

$2\ 223=513\times 4+171$

$513=171\times 3+0$

$\boxed{\text{Donc le PGCD de 13 851 et 2 223 est 171}}$.

►3. Simplifier la fraction $\frac{13\ 851}{2\ 223}$ pour la rendre irréductible en indiquant la méthode.

$$\frac{13\ 851}{2\ 223}=\frac{13\ 851\div 171}{2\ 223\div 171}=\boxed{\frac{81}{13}}$$

Corrigé de l'exercice 8

Développer et réduire les expressions suivantes.

$A = (9\,x + 2)\,(9\,x - 2)$

$A = (9\,x)^2 - 2^2$

$\boxed{A = 81\,x^2 - 4}$

$B = (x - 10)^2$

$B = x^2 - 2 \times x \times 10 + 10^2$

$\boxed{B = x^2 - 20\,x + 100}$

$C = (-7\,x + 4)\,(2\,x + 8)$

$C = -14\,x^2 + (-56\,x) + 8\,x + 32$

$\boxed{C = -14\,x^2 - 48\,x + 32}$

$D = (6\,x + 3)^2$

$D = (6\,x)^2 + 2 \times 6\,x \times 3 + 3^2$

$\boxed{D = 36\,x^2 + 36\,x + 9}$

$E = -(7\,x + 6)\,(-9\,x - 8) - (2\,x - 7)\,(2\,x + 7)$

$E = -(-63\,x^2 + (-56\,x) + (-54\,x) + (-48)) - ((2\,x)^2 - 7^2)$

$E = -(-63\,x^2 - 110\,x - 48) - (4\,x^2 - 49)$

$E = 63\,x^2 + 110\,x + 48 - 4\,x^2 + 49$

$\boxed{E = 59\,x^2 + 110\,x + 97}$

$F = (x + 3)^2 + (2\,x - 5)^2$

$F = x^2 + 2 \times x \times 3 + 3^2 + (2\,x)^2 - 2 \times 2\,x \times 5 + 5^2$

$F = x^2 + 6\,x + 9 + 4\,x^2 - 20\,x + 25$

$\boxed{F = 5\,x^2 - 14\,x + 34}$

Corrigé de l'exercice 9

Factoriser les expressions suivantes.

$A = -(4\,x + 10)\,(8\,x - 7) + (8\,x - 7)\,(5\,x + 6)$

$A = (8\,x - 7)\,(\,-\,(4\,x + 10) + 5\,x + 6)$

$A = (8\,x - 7)\,(-4\,x - 10 + 5\,x + 6)$

$\boxed{A = (8\,x - 7)\,(x - 4)}$

$B = -(-2\,x + 5)\,(10\,x - 10) + (10\,x - 10)$

$B = -(-2\,x + 5)\,(10\,x - 10) + (10\,x - 10) \times 1$

$B = (10\,x - 10)\,(\,-\,(-2\,x + 5) + 1)$

$B = (10\,x - 10)\,(2\,x - 5 + 1)$

$\boxed{B = (10\,x - 10)\,(2\,x - 4)}$

$C = 36\,x^2 - 9 - (6\,x - 3)\,(-7\,x + 8)$

$C = (6\,x)^2 - 3^2 - (6\,x - 3)\,(-7\,x + 8)$

$C = (6\,x - 3)\,(6\,x + 3) - (6\,x - 3)\,(-7\,x + 8)$

$C = (6\,x - 3)\,(6\,x + 3 - (-7\,x + 8))$

$C = (6\,x - 3)\,(6\,x + 3 + 7\,x - 8)$

$\boxed{C = (6\,x - 3)\,(13\,x - 5)}$

$D = (-2\,x + 5)\,(-x - 3) + (-x - 3)^2$

$D = (-x - 3)\,(-2\,x + 5 - x - 3)$

$\boxed{D = (-x - 3)\,(-3\,x + 2)}$

$E = 64\,x^2 - 49$

$E = (8\,x)^2 - 7^2$

$\boxed{E = (8\,x - 7)\,(8\,x + 7)}$

$F = (9\,x - 9)^2 - 81$

$F = (9\,x - 9)^2 - 9^2$

$F = (9\,x - 9 + 9)\,(9\,x - 9 - 9)$

$F =$

$\boxed{F = 9\,x\,(9\,x - 18)}$

Corrigé de l'exercice 10

On donne $A = 90\,x + 25\,x^2 + 81 + (-5\,x - 9)\,(-6\,x - 5)$.

►1. Développer et réduire A .

$A = 90\,x + 81 + 25\,x^2 + (-5\,x - 9)\,(-6\,x - 5)$

$A = 25\,x^2 + 90\,x + 8130\,x^2 + 25\,x + 54\,x + 45$

$A = 25\,x^2 + 90\,x + 81 + 30\,x^2 + 79\,x + 45$

$\boxed{A = 55\,x^2 + 169\,x + 126}$

►2. Factoriser A .

$A = 90\,x + 81 + 25\,x^2 + (-5\,x - 9)\,(-6\,x - 5)$

$A = 25\,x^2 + 90\,x + 81 + (-5\,x - 9)\,(-6\,x - 5)$

$A = (-5\,x - 9)^2 + (-5\,x - 9)\,(-6\,x - 5)$

$A = (-5\,x - 9)\,(-5\,x - 9 - 6\,x - 5)$

$\boxed{A = (-5\,x - 9)\,(-11\,x - 14)}$

►3. Calculer A pour $x = \dfrac{-\,5}{3}$.

Nous savons que $A = 55\,x^2 + 169\,x + 126$. Donc pour $x = \dfrac{-\,5}{3}$:

$$A = 55\ \times \left(\frac{-\,5}{3}\right)^2 + 169\ \times \left(\frac{-\,5}{3}\right) + 126$$

$$A = \frac{1\ 375}{9} + \frac{169}{-1 \times \cancel{-1}} \times \frac{5 \times \cancel{-1}}{3} + 126$$

$$A = \frac{1\ 375}{9} + \frac{-2\ 535}{9} + \frac{1\ 134}{9}$$

$$\boxed{A = \frac{-\,26}{9}}$$

►4. Résoudre l'équation $A = 0$.

Nous savons que $A = (-5\,x - 9)\,(-11\,x - 14)$. Nous devons donc résoudre $(-5\,x - 9)\,(-11\,x - 14) = 0$.
Un produit de facteurs est nul signifie qu'un des facteurs est nul. Donc :

$-5\,x - 9 = 0$ ou $-\,11\,x - 14 = 0$

$-5\,x = 9$ ou $-\,11\,x = 14$

$x = \dfrac{-\,9}{5}$ ou $x = \dfrac{-\,14}{11}$

$\boxed{\text{Les solutions de cette équation sont } \dfrac{-\,9}{5} \text{ et } \dfrac{-\,14}{11}.}$

Corrigé de l'exercice 11

►**1.** Calculer les expressions suivantes et donner le résultat sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a et b entiers, b le plus petit possible.

$A = -5\sqrt{160} - 2\sqrt{90} + \sqrt{40}$

$A = -5\sqrt{16} \times \sqrt{10} - 2\sqrt{9} \times \sqrt{10} + \sqrt{4} \times \sqrt{10}$

$A = -5 \times 4 \times \sqrt{10} - 2 \times 3 \times \sqrt{10} + 1 \times 2 \times \sqrt{10}$

$A = -20\sqrt{10} - 6\sqrt{10} + 2\sqrt{10}$

$\boxed{A = -24\sqrt{10}}$

$B = \sqrt{8} \times \sqrt{32} \times \sqrt{18}$

$B = \sqrt{4} \times \sqrt{2} \times \sqrt{16} \times \sqrt{2} \times \sqrt{9} \times \sqrt{2}$

$B = 2 \times \sqrt{2} \times 4 \times \sqrt{2} \times 3 \times \sqrt{2}$

$B = 24 \times \left(\sqrt{2}\right)^2 \times \sqrt{2}$

$B = 24 \times 2 \times \sqrt{2}$

$\boxed{B = 48\sqrt{2}}$

►**2.** Calculer les expressions suivantes et donner le résultat sous la forme $a + b\sqrt{c}$ avec a, b et c entiers.

$C = \left(2\sqrt{5} + 5\sqrt{2}\right)^2$

$C = \left(2\sqrt{5}\right)^2 + 2 \times 2\sqrt{5} \times 5\sqrt{2} + \left(5\sqrt{2}\right)^2$

$C = 4 \times 5 + 20\sqrt{10} + 25 \times 2$

$\boxed{C = 70 + 20\sqrt{10}}$

$D = \left(3\sqrt{6} + 2\sqrt{10}\right)^2$

$D = \left(3\sqrt{6}\right)^2 + 2 \times 3\sqrt{6} \times 2\sqrt{10} + \left(2\sqrt{10}\right)^2$

$D = 9 \times 6 + 12\sqrt{60} + 4 \times 10$

$\boxed{D = 94 + 12\sqrt{60}}$

►**3.** Calculer les expressions suivantes et donner le résultat sous la forme d'un nombre entier.

$E = \left(2 + 4\sqrt{2}\right)\left(2 - 4\sqrt{2}\right)$

$E = 2^2 - \left(4\sqrt{2}\right)^2$

$E = 4 - 16 \times 2$

$\boxed{E = -28}$

$F = \dfrac{18\sqrt{40}}{4\sqrt{90}}$

$F = \dfrac{18 \times \sqrt{4} \times \cancel{\sqrt{10}}}{4 \times \sqrt{9} \times \cancel{\sqrt{10}}}$

$F = \dfrac{18 \times 2}{4 \times 3}$

$\boxed{F = 3}$

Corrigé de l'exercice 12

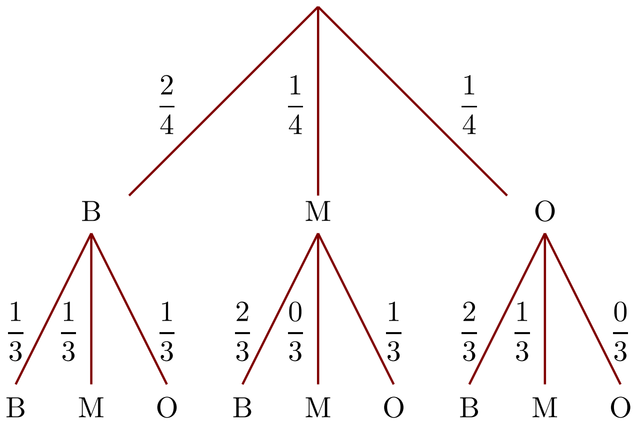
Dans une urne, il y a 2 boules bleues (B), 1 boule marron (M) et 1 boule orange (O), indiscernables au toucher. On tire successivement et sans remise deux boules.

►**1.** Quelle est la probabilité de tirer une boule marron au premier tirage ?

Il y a 4 boules dans l'urne dont 1 boule marron.

La probabilité de tirer une boule marron au premier tirage est donc $\dfrac{1}{4}$.

►**2.** Construire un arbre des probabilités décrivant l'expérience aléatoire.

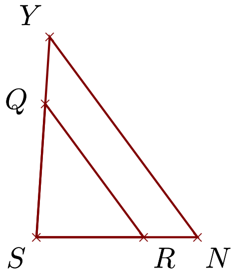


►3. Quelle est la probabilité que la première boule soit orange et la deuxième soit marron ?
On utilise l'arbre construit précédemment.
$p(O,M) = \dfrac{1}{4} \times \dfrac{1}{3} = \dfrac{1}{12}$
La probabilité que la première boule soit orange et la deuxième soit marron est égale à $\dfrac{1}{12}$.

►4. Quelle est la probabilité que la deuxième boule soit bleue ?
On note (?, B) l'évènement : la deuxième boule tirée est bleue.
$p(?,B) = p(B,B) + p(M,B) + p(O,B,) = \dfrac{2}{4} \times \dfrac{1}{3} + \dfrac{1}{4} \times \dfrac{2}{3} + \dfrac{1}{4} \times \dfrac{2}{3} = \dfrac{6}{12}$

Corrigé de l'exercice 13

Sur la figure ci-dessous, les droites (NY) et (RQ) sont parallèles.
On donne $SN = 3{,}5\,\text{cm}$, $NY = 5{,}4\,\text{cm}$, $SQ = 2{,}9\,\text{cm}$ et $RQ = 3{,}6\,\text{cm}$.
Calculer SY et SR.



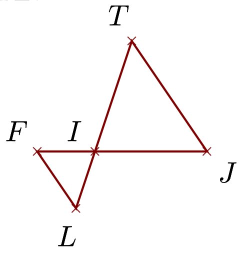
.. Les points S, R, N et S, Q, Y sont alignés et les droites (NY) et (RQ) sont parallèles.
D'après le **théorème de Thalès** :
$\dfrac{\mathbf{SN}}{\mathbf{SR}} = \dfrac{\mathbf{SY}}{\mathbf{SQ}} = \dfrac{\mathbf{NY}}{\mathbf{RQ}}$

$\dfrac{3{,}5}{SR} = \dfrac{SY}{2{,}9} = \dfrac{5{,}4}{3{,}6}$

$\dfrac{5{,}4}{3{,}6} = \dfrac{3{,}5}{SR}$ donc $\boxed{SR = \dfrac{3{,}5 \times 3{,}6}{5{,}4} \simeq 2{,}333\,\text{cm}}$

$\dfrac{5{,}4}{3{,}6} = \dfrac{SY}{2{,}9}$ donc $\boxed{SY = \dfrac{2{,}9 \times 5{,}4}{3{,}6} = 4{,}35\,\text{cm}}$

Sur la figure ci-dessous, les droites (JT) et (FL) sont parallèles.
On donne $IJ = 2{,}6\,\text{cm}$, $IT = 2{,}7\,\text{cm}$, $JT = 3{,}1\,\text{cm}$ et $FL = 1{,}6\,\text{cm}$.
Calculer IF et IL.



Les points I, F, J et I, L, T sont alignés et les droites (JT) et (FL) sont parallèles.

D'après le **théorème de Thalès** :

$$\frac{\mathbf{IJ}}{\mathbf{IF}} = \frac{\mathbf{IT}}{\mathbf{IL}} = \frac{\mathbf{JT}}{\mathbf{FL}}$$

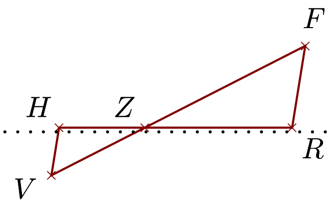
$$\frac{2{,}6}{IF} = \frac{2{,}7}{IL} = \frac{3{,}1}{1{,}6}$$

$$\frac{3{,}1}{1{,}6} = \frac{2{,}6}{IF} \quad \text{donc} \quad \boxed{IF = \frac{2{,}6 \times 1{,}6}{3{,}1} \simeq 1{,}341\,\text{cm}}$$

$$\frac{3{,}1}{1{,}6} = \frac{2{,}7}{IL} \quad \text{donc} \quad \boxed{IL = \frac{2{,}7 \times 1{,}6}{3{,}1} \simeq 1{,}393\,\text{cm}}$$

Corrigé de l'exercice 14

Sur la figure ci-contre, on donne $ZH = 6{,}3\,\text{cm}$, $ZV = 7{,}7\,\text{cm}$, $HR = 17{,}1\,\text{cm}$ et $ZF = 13{,}2\,\text{cm}$.
Démontrer que les droites (RF) et (HV) sont parallèles.



....

Les points H, Z, R et V, Z, F sont alignés dans le même ordre.
De plus $ZR = HR - ZH = 10{,}8\,\text{cm}$.

$$\left.\begin{array}{l} \bullet \dfrac{ZR}{ZH} = \dfrac{10{,}8}{6{,}3} = \dfrac{108_{\div 9}}{63_{\div 9}} = \dfrac{12}{7} \\ \bullet \dfrac{ZF}{ZV} = \dfrac{13{,}2}{7{,}7} = \dfrac{132_{\div 11}}{77_{\div 11}} = \dfrac{12}{7} \end{array}\right\} \text{Donc } \frac{ZR}{ZH} = \frac{ZF}{ZV}.$$

D'après la **réciproque du théorème de Thalès**, $\boxed{\text{les droites } (RF) \text{ et } (HV) \text{ sont parallèles.}}$

Corrigé de l'exercice 15

►**1.** NAF est un triangle rectangle en N tel que :
$NF = 5{,}6\,\text{cm}$ et $AF = 10{,}7\,\text{cm}$.
Calculer la mesure de l'angle $\widehat{NAF}$.

....

Dans le triangle NAF rectangle en N,

$$\sin \widehat{NAF} = \frac{NF}{AF}$$

$$\sin \widehat{NAF} = \frac{5{,}6}{10{,}7}$$

$$\widehat{NAF} = \sin^{-1}\left(\frac{5{,}6}{10{,}7}\right) \simeq 31{,}5^\circ$$

►**2.** UTP est un triangle rectangle en U tel que :
$UT = 4{,}4\,\text{cm}$ et $\widehat{UTP} = 26^\circ$.
Calculer la longueur TP.

....

Dans le triangle UTP rectangle en U,

$$\cos \widehat{UTP} = \frac{UT}{TP}$$

$$\cos 26 = \frac{4{,}4}{TP}$$

$$TP = \frac{4{,}4}{\cos 26} \simeq 4{,}89\,\text{cm}$$

Corrigé de l'exercice 16

►**1.** Donner la décomposition en facteurs premiers des nombres suivants, et préciser quand il s'agit d'un nombre premier :

839 est un nombre premier.

$$404 = 2 \times 202$$
$$= 2 \times 2 \times 101$$

$$942 = 2 \times 471$$
$$= 2 \times 3 \times 157$$

$$1156 = 2 \times 578$$
$$= 2 \times 2 \times 289$$
$$= 2 \times 2 \times 17 \times 17$$

$$2720 = 2 \times 1360$$
$$= 2 \times 2 \times 680$$
$$= 2 \times 2 \times 2 \times 340$$
$$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 170$$
$$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 85$$
$$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 17$$

►2. En déduire le PGCD et le PPCM des nombres 2 720 et 1 156.

D'après la question 1), on sait que les nombres 2 720 et 1 156 ont comme facteurs premiers communs : 2,2,17.

On en déduit que le PGCD des nombres 2 720 et 1 156 est : $2 \times 2 \times 17 = 68$.

Il existe plusieurs méthodes pour calculer le PPCM de 2 720 et de 1 156.

En voici deux :

a) On peut simplement utiliser la formule : $a \times b = PGCD(a;\ b) \times PPCM(a;\ b)$.
Donc : $PPCM(2\,720;\ 1\,156) = \dfrac{2\,720 \times 1\,156}{68} = 46\,240$.

b) On peut aussi multiplier un nombre par les "facteurs complémentaires" de l'autre. Ces "facteurs complémentaires" sont les facteurs qui complètent le PGCD pour former le nombre.
Comme $PGCD(2\,720;\ 1\,156) = 68 = 2 \times 2 \times 17$, alors les "facteurs complémentaires" de $2\,720 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 17$ sont : 2 , 2 , 2 , 5. On en déduit que $PPCM(2\,720;\ 1\,156) = 1\,156 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 = 46\,240$.

►3. Pour obtenir un carré parfait, il faut que sa décomposition en facteurs premiers ne contienne que des facteurs apparaissant un nombre pair de fois. D'après la question 1, la décomposition en facteurs premiers de 404 est :

$404 = 2 \times 2 \times 101$.

Il faut donc encore multiplier ce nombre par le facteur 101.

Le nombre cherché est par conséquent 101 et le carré parfait obtenu est 40 804.

►4. Le moyen le plus rapide de simplifier cette fraction estde diviser le numérateur et le dénominateur par leur PGCD. D'après la question 2), PGCD(2 720 ; 1 156) = 68, donc on obtient :
$\dfrac{2\,720_{\div 68}}{1\,156_{\div 68}} = \dfrac{40}{17}$.

►5. Il faut mettre les fractions au même dénominateur. Grâceà la question 2), nous avons déjà un dénominateur commun : le PPCM des nombres 2 720 et 1 156, qui est par définition le plus petitmultiple commun de ces deux nombres.
$\dfrac{33_{\times 17}}{2\,720_{\times 17}} + \dfrac{33_{\times 40}}{1\,156_{\times 40}} = \dfrac{561}{46\,240} + \dfrac{1\,320}{46\,240} = \dfrac{1\,881}{46\,240}$.